

ANALIZA KINEMATYCZNA PALCÓW RĘKI

ANTONI JOHN, AGNIESZKA MUSIOLIK

*Katedra Wytrzymałości Materiałów i Metod Komputerowych Mechaniki, Politechnika Śląska
e-mail: antoni.john@polsl.pl, agnieszka.musiolik@polsl.pl*

Streszczenie. W artykule przedstawiono analizę strukturalną ręki w celu zbadania możliwości jej ruchu zależnie od liczby członów, par kinematycznych oraz sposobu ich połączenia. Zagadnienia analizy struktury, ruchliwości oraz klasyfikacji są podstawą dalszej analizy dotyczącej określania położenia, prędkości, przyspieszeń i sił działających na rozważany obiekt. Badany model składa się z 16 członów, które są połączone w łańcuch kinematyczny. Człony zaś są sztywne i nieodkształcalne i zawierają paliczki palca wskazującego, palca środkowego, palca obrączkowego i palca małego oraz kości śródreżca.

1. WSTĘP

Przystępując do badania interesującego nas obiektu, należy ten obiekt wyodrębnić z otoczenia. Aby obiekt działał poprawnie, muszą zostać spełnione następujące warunki: powinien spełniać cel założonego działania, zmienność w czasie powinna być ograniczona i powinien być zbudowany z podsystemów, które na siebie wzajemnie oddziaływają.

Analiza układu ruchu człowieka odbywa się przez zastosowanie metody modelowania i symulacji komputerowej. Metoda ta polega na sformułowaniu modelu matematycznego badanego układu biomechanicznego na podstawie przeanalizowanego wcześniej wybranego modelu fizycznego, a następnie na rozwiązaniu układu równań, który tworzy ten model i przedstawieniu wyników w postaci wykresów lub animacji. Przez model rozumiemy uproszczoną reprezentację rzeczywistości, który jest pozbawiony wielu szczegółów i cech nieistotnych z punktu widzenia celów modelowania [1]. Badany model składa się z 16 członów, które są połączone w łańcuch kinematyczny. Człony zaś są sztywne i nieodkształcalne i zawierają paliczki palca wskazującego, palca środkowego, palca obrączkowego i palca małego oraz kości śródreżca. Nadgarstek jest podstawą i został unieruchomiony.

Analiza kinematyczna polega na wyznaczeniu pozycji i orientacji wszystkich elementów badanego modelu. Dane wejściowe służą do wyznaczenia trajektorii ruchu, która jest zgodna z trajektorią ruchu obiektu rzeczywistego. Analiza kinematyczna określa zakres ruchu badanego obiektu i wyznacza jego podstawowe parametry kinematyczne: pozycję, prędkości i przyspieszenia względem wybranego układu odniesienia. Pozwala również na wyznaczenie trajektorii ruchu punktów, zakresu ruchów oraz maksymalnych kątów gdy badane człony się przemieszczają. Do wyznaczenia analizy kinematycznej zastosowano procedurę algorytmu metodą Newtona-Raphsona. Obliczeń dokonano w programie Matlab.

2. METODYKA BADAŃ

2.1. Wyznaczenie stopni swobody

Liczba stopni swobody bryły sztywnej to liczba niezależnych współrzędnych, opisujących jednoznacznie jej położenie. Stopień swobody określa niezależny, względny ruch członu w stawie, co można zapisać w postaci wzoru:

$$H=6-S \quad (1)$$

gdzie:

H – liczba stopni swobody pary, tzn. jednego członu względem drugiego przyjętego za nieruchomy,

S – liczba więzów (ograniczeń ruchowych), która zmienia się od 1 – 5, gdyż dla S=0 mamy swobodny człon, a dla S=6 nieruchome połączenie [2].

Dla poszczególnych stawów międzypaliczkowych, liczbę stopni swobody przedstawia rysunek 1d). Wiedząc, że: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, – kości paliczków ręki i 4, 8, 12, 16 – kości śródreżca, określono liczbę stopni swobody dla poszczególnych par kinematycznych używając wzoru (1), tzn. $H_{1,2}=6-1=5=V$, $H_{2,3}=6-1=5=V$, $H_{3,4}=6-2=4=IV$, $H_{5,6}=6-1=5=V$, $H_{6,7}=6-1=5=V$, $H_{7,8}=6-2=4=IV$, $H_{9,10}=6-1=5=V$, $H_{10,11}=6-1=5=V$, $H_{11,12}=6-2=4=IV$, $H_{13,14}=6-1=5=V$, $H_{14,15}=6-1=5=V$, $H_{15,16}=6-2=4=IV$

2.2. Wyznaczenie ruchliwości

Ruchliwość badanego modelu w płaskim układzie współrzędnych obliczona została ze wzoru:

$$w=3k-p_4-2p_5 \quad (2)$$

gdzie:

k – liczba wszystkich członów,

p_4 – liczba par kinematycznych należących do klasy czwartej

p_5 – liczba par kinematycznych należących do klasy piątej

i wynosi:

$$w=3 \cdot 16 - 8 - 2 \cdot 4 = 48 - 8 - 8 = 32$$

Określenie ruchliwości łańcucha jako 32 oznacza, że do zrealizowania niezależnych ruchów wymagane jest zastosowanie 32 napędów dwukierunkowych, ale tylko w przypadku, gdy zaniedbujemy możliwe ruchy między szeregami kośćmi nadgarstka oraz ruchy kości śródreżca [2].

2.3. Wyznaczenie położenia, prędkości i przyspieszeń palców ręki

W niniejszej pracy rozwiązanie analizy kinematycznej opiera się na rozwiązaniu m nieliniowych równań ruchu ze wzoru:

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = 0 \quad (3)$$

gdzie:

$\Phi(\mathbf{q}, t)$ jest pewną funkcją wektora \mathbf{q} o wymiarze N oraz zmiennej czasu t.

W wektorze \mathbf{q} są zawarte współrzędne opisujące konfigurację mechanizmu, a w formie układu równań algebraicznych (3) są zapisywane zależności między współrzędnymi, uzależnione od sposobu poruszania się oraz budowy mechanizmu. Układ równań algebraicznych (3) może mieć jedno, wiele albo nie mieć żadnych rozwiązań i może się składać ze zmiennych zależnych lub niezależnych.

Pojęcia więzów, czyli sposobów łączenia członów, są najczęstszymi pojęciami stosowanymi w analizie biokinematycznej. Jeśli założymy, że położenia liniowe i kątowe wszystkich członów biomechanizmu są zapisane w formie zależnego od czasu wektora współrzędnych:

$\mathbf{q}(t)=[q_1(t), q_2(t), \dots, q_N(t)]^T$, to muszą one spełniać m równań w postaci:

$$\Phi(\mathbf{q}, t) \equiv \begin{bmatrix} \Phi_1(\mathbf{q}, t) \\ \Phi_2(\mathbf{q}, t) \\ \vdots \\ \Phi_m(\mathbf{q}, t) \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{m \times 1} \quad (4)$$

Więzy w takiej postaci zwane są *więzami geometrycznymi dwustronnymi*.

W przypadku określania prędkości, więzy występują w postaci:

$$\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \equiv \begin{bmatrix} \Phi_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \\ \Phi_2(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \\ \vdots \\ \Phi_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{m \times 1} \quad (5)$$

Więzy ze wzoru (4) i (5) to więzy holonomiczne = całkowalne

Więzy dla prędkości powstają przez jednokrotne zróżniczkowanie więzów (4) względem czasu:

$$\dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial q} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Phi_q \dot{q} + \Phi_t \quad (6)$$

$$\dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial q} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Phi_q \dot{q} + \Phi_t = 0 \quad (7)$$

gdzie:

$$\Phi_t = \left[\frac{\partial \Phi_1}{\partial t}, \frac{\partial \Phi_2}{\partial t}, \dots, \frac{\partial \Phi_m}{\partial t} \right]^T$$

Więzy dla przyspieszeń powstają przez dwukrotne zróżniczkowanie więzów (4) względem czasu. Zauważmy najpierw, że $\dot{\Phi}$ jest funkcją zmiennych \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ i t :

$$\dot{\Phi} = \dot{\Phi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t). \quad (8)$$

Różniczkując zależność (8), tak jak funkcję złożoną, otrzymujemy:

$$\ddot{\Phi} = \frac{d^2 \Phi}{dt^2} = \frac{d}{dt} \dot{\Phi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \dot{\Phi}_q \dot{q} + \dot{\Phi}_{\dot{q}} \ddot{q} + \dot{\Phi}_t \quad (9)$$

Po podstawieniu zależności (6) do wzoru (9) i po przekształceniu, otrzymamy:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_q \dot{q} + \dot{\Phi}_{\dot{q}} \ddot{q} + \dot{\Phi}_t &= (\dot{\Phi}_q \dot{q} + \dot{\Phi}_t)_q \dot{q} + (\dot{\Phi}_q \dot{q} + \dot{\Phi}_t)_{\dot{q}} \ddot{q} + (\dot{\Phi}_q \dot{q} + \dot{\Phi}_t)_t = \\ &= (\dot{\Phi}_q \dot{q})_q \dot{q} + \dot{\Phi}_{tq} \dot{q} + \dot{\Phi}_q \ddot{q} + \dot{\Phi}_{q\dot{q}} \dot{q} + \dot{\Phi}_{t\dot{q}} \ddot{q} = \dot{\Phi}_q \ddot{q} + (\dot{\Phi}_q \dot{q})_q \dot{q} + 2\dot{\Phi}_{tq} \dot{q} + \dot{\Phi}_{tt} \end{aligned} \quad (10)$$

Ponieważ wektor $\dot{\Phi}_t$ nie zależy od $\dot{\mathbf{q}}$, zastosowano poniższe podstawienia:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{t\dot{q}} &= \mathbf{0}_{m \times n}, \\ (\dot{\Phi}_q \dot{q})_{\dot{q}} &= \dot{\Phi}_q, \\ \dot{\Phi}_{q\dot{q}} &= \dot{\Phi}_{tq} \end{aligned} \quad (11)$$

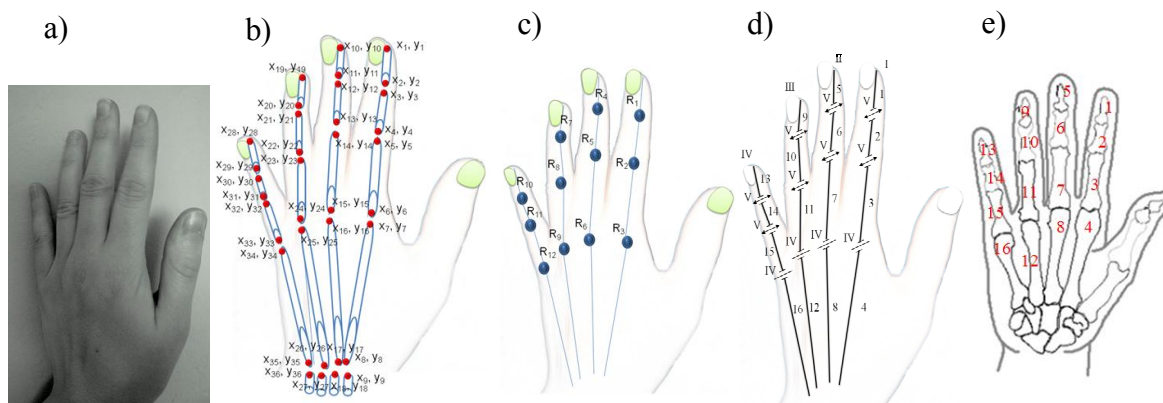
Więzy dla przyspieszeń wyznacza się z zależności:

$$\ddot{\Phi} = \frac{d^2 \Phi}{dt^2} = \dot{\Phi}_q \ddot{q} + (\dot{\Phi}_q \dot{q})_q \dot{q} + 2\dot{\Phi}_{tq} \dot{q} + \dot{\Phi}_{tt} = \mathbf{0}_{m \times 1} \quad (12)$$

Macierz $\dot{\Phi}_q$ to macierz Jacobiego równań więzów [3].

3. BADANY MODEL

Badany model składa się z 16 członów, które są połączone w łańcuch kinematyczny. Człony zaś są sztywne i nieodkształcalne i zawierają paliczki palca wskazującego, palca środkowego, palca obrączkowego i palca małego oraz kości śródreżca. Nadgarstek jest podstawą i został unieruchomiony. Rys. 1 przedstawia kolejne etapy modelu, które zostały zastosowane w analizie.

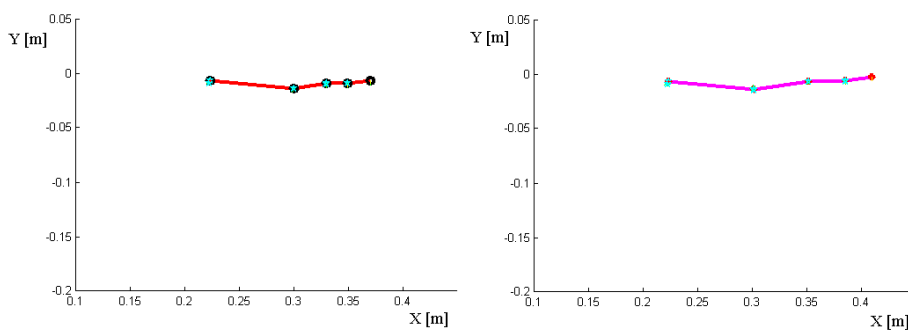


Rys. 1. Badany model: a) rzeczywisty, b) z naturalnymi współrzędnymi, c) ze współrzędnymi złączowymi, d) z zaznaczonymi stopniami swobody, e) z zaznaczonymi członami

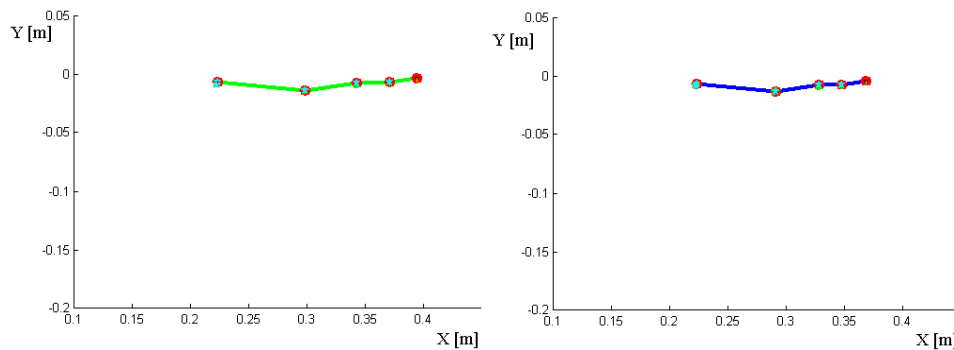
Pierwszym etapem modelowania było wyznaczenie stopni swobody i ruchliwości ręki. Następnie na podstawie określonych współrzędnych złączowych, została wyznaczona macierz Jacobiego. Kończącym etapem modelowania było wyznaczenie wektorów odpowiedzialnych za prędkości i przyspieszenia członów

4. WYNIKI

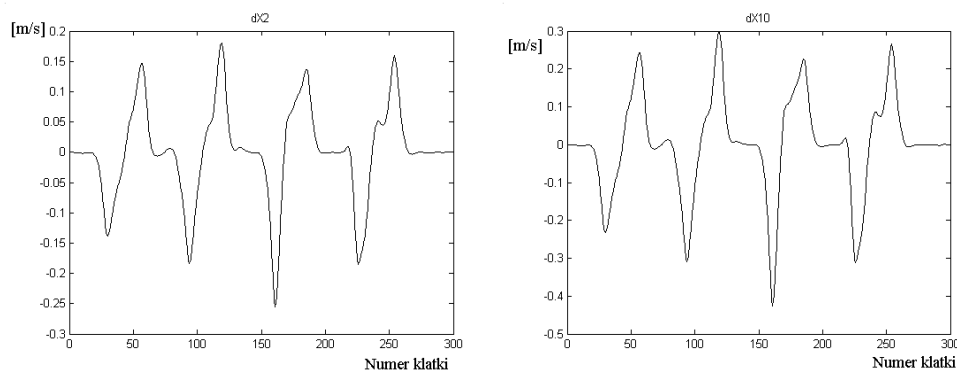
Na rys. 2-7 przedstawiono pozycję, prędkości i przyspieszenia wybranych z 36 punktów modelu. W odniesieniu do pozycji w płaskim układzie współrzędnym, wyniki są zgodne z danymi antropometrycznymi palców ręki. Oznacza to, że uproszczenia modelu zostały dobrane w sposób prawidłowy. Co więcej, można również stwierdzić, że prędkości są zgodne z pozycją, a przyspieszenia z prędkościami. Wartości prędkości i przyspieszeń są w zakresie oczekiwanych wartości fizjologicznych dla ręki zdrowej. Prędkość paliczków nie przekracza 0.2 m/s dla każdego z punktów, niezależnie czy palce są zginane czy prostowane. Wartości przyspieszeń nie przekraczają 2 m/s², a dla większości są one mniejsze niż 1 m/s². Wyniki te uzyskano zgodnie z oczekiwaniami dla ręki bez urazu.



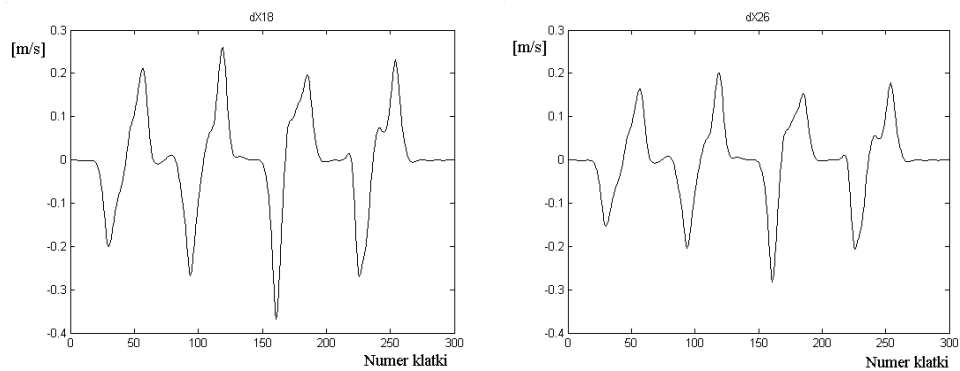
Rys. 2. Orientacja w płaskim układzie współrzędnym dla: a) palca wskazującego, b) palca środkowego



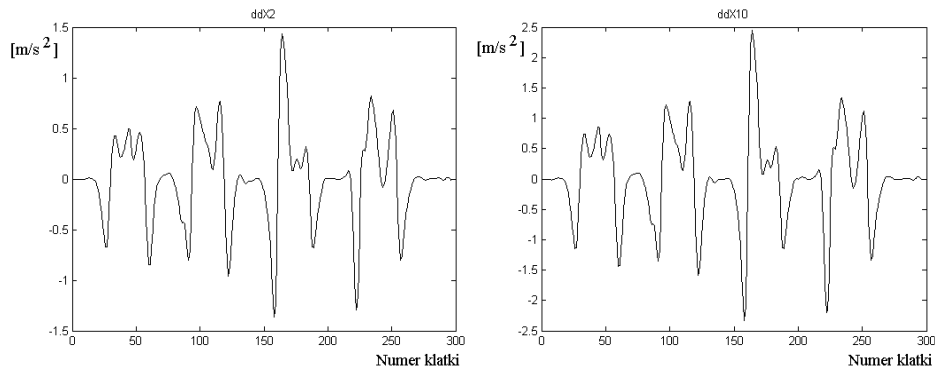
Rys. 3. Orientacja w płaskim układzie współrzędnych dla: a) palca obrączkowego, b) palca małego



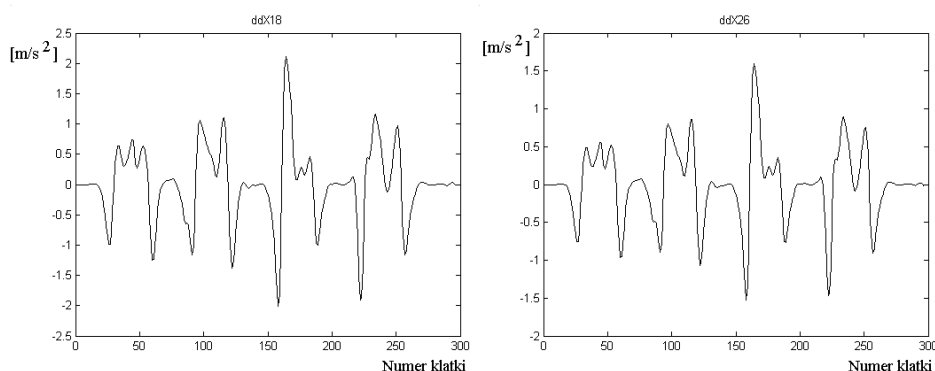
Rys. 4. Prędkości liniowe wybranych punktów dla: a) palca wskazującego, b) palca środkowego



Rys. 5. Prędkości liniowe wybranych punktów dla: a) palca obrączkowego, b) palca małego



Rys. 6. Przyspieszenia liniowe wybranych punktów dla: a) palca wskazującego, b) palca środkowego



Rys. 7. Przyspieszenia liniowe wybranych punktów dla: a) palca obrączkowego, b) palca małego

5. WNIOSKI

Celem przedstawionej analizy strukturalnej ręki było zbadanie możliwości jej ruchu zależnie od liczby członów, par kinematycznych oraz sposobu ich połączenia. Zagadnienia analizy struktury, ruchliwości oraz klasyfikacji były podstawą dalszej analizy dotyczącej określania położenia, prędkości, przyspieszeń i sił działających na rozważany obiekt. Dane otrzymane z analizy kinematycznej są podstawą do wyznaczenia analizy dynamicznej palców ręki, a następnie zebrane dane będą pomocne w zaprojektowaniu urządzenia do rehabilitacji ręki.

LITERATURA

1. Morrison F.: Sztuka modelowania układów dynamicznych. Warszawa : WNT, 1996.
2. Morecki A., Knapczyk J., Kędzior K.: Teoria mechanizmów i manipulatorów. Warszawa 1973.
3. Jalón, J. and Bayo, E.: Kinematic and dynamic simulation of multibody systems : the real-time challenge. New York: Springer Verlag, 1994.

KINEMATICS ANALYSIS OF FINGERS MOTION

Summary. The mathematical model is thoroughly described under the scope of the multibody formulation with natural coordinates, in which the position and orientation of the anatomical segments are represented using the Cartesian coordinates of points located in relevant anatomical landmarks of the hand, such as joints and extremities.