

MODELOWANIE I OBRÓBKA UZĘBIENIA PŁASKIEJ DWUSKOKOWEJ PRZEKŁADNI SPIROIDALNEJ

ANDRZEJ GESSNER, ROMAN STANIEK

*Institut Technologii Mechanicznej, Politechnika Poznańska
e-mail: andrzej.gessner@put.poznan.pl, roman.staniek@put.poznan.pl*

Streszczenie. W referacie omówiono metody obróbki uzębienia dwuskokowych przekładni spiroidalnych. Przedstawiono podstawy matematyczne wyznaczania linii zęba płaskiej przekładni spiroidalnej oraz program wspomagający projektowanie przekładni, a także sposób tworzenia modelu przestrzennego uzębienia. Pokazano sposób modelowania powierzchni bocznej zęba na podstawie obliczeń programu. Przedstawiono narzędzia i parametry skrawania zastosowane do wykonania uzębienia metodą obróbki powierzchni. Zaprezentowano wyniki badań dokładności kinematycznej stołu obrotowego z wykonaną dwuskokową przekładnią spiroidalną.

1. WSTĘP

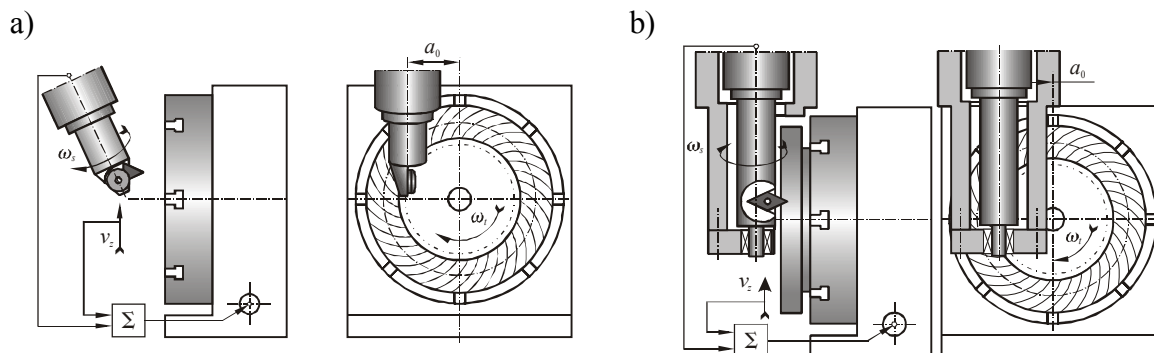
Uzębienie koła płaskiego przekładni spiroidalnej może być kształtowane z wykorzystaniem:

- frezu ślimakowego,
- narzędzia jednoostrzowego,
- głowicy wielostrzowej,
- obróbki przestrzennej.

Metody te zostały omówione kolejno w tekście.

Uzębienie czołowe przekładni spiroidalnej wykonuje się często na frezarce obwodniowej frezem ślimakowym o wymiarach i zarysie ślimaka w przekładni. Metoda ta jest dokładna i wydajna, lecz kosztowna, gdyż wymaga dorabiania narzędzia do każdego kształtu ślimaka. Ponadto wada tej metody to mała dokładność frezu ślimakowego jako narzędzia, szczególnie w przypadku jego małych wymiarów [4].

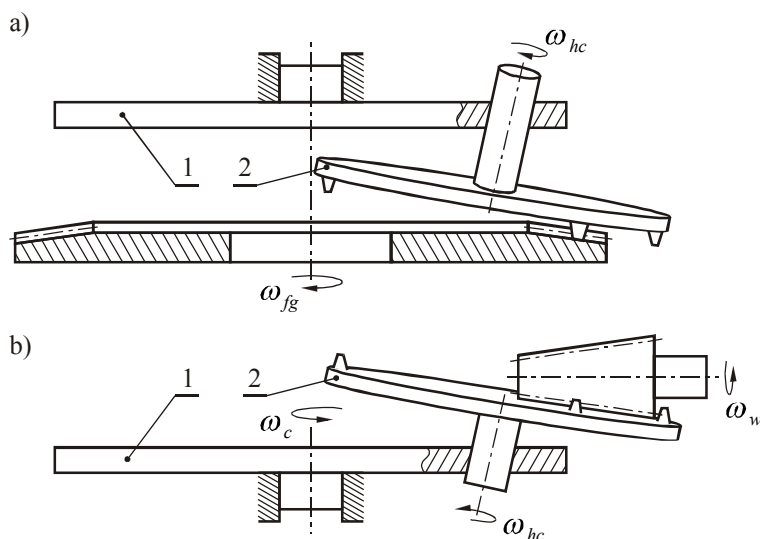
Metoda obróbki narzędziem jednoostrzowym opracowana została przez R. Grajdka [3]. Jej schemat przedstawiono na rys. 1a. Wykorzystano w niej frezarkę numeryczną wyposażoną w stół obrotowy sterowany numerycznie, gdzie ruch obrotowy wrzeciona oraz stołu zostały ze sobą sprzężone za pomocą przekładni elektronicznej. Uzębienie czołowe obrabiane jest metodą podziału ciągłego. Zarys płytki skrawającej odpowiada zarysowi ślimaka w przekładni.



Rys. 1. Metody obróbki narzędziem jednoostrzowym: a) z wrzecionem pochyłym [2], b) z wrzecionem równoległym [5]

Metoda obróbki z wrzecionem równoległym do płaszczyzny podziałowej koła (rys. 1b) to udoskonalenie poprzedniej. Została zaproponowana przez R. Stańka w celu poprawy dokładności odwzorowania powierzchni śrubowych ślimaka przez krawędzie płytki skrawającej [5].

Od niedawna znana jest również metoda obróbki pochyłą głowicą. Opracowana w ramach programu NASA STI przez zespół badawczy pod kierownictwem F. L. Litvina [4]. W metodzie tej jako narzędzie wykorzystano głowicę wielostrzową lub głowicę szlifierską, które charakteryzują się większą dokładnością w porównaniu z frezem ślimakowym przy jednocześnie dużo większej wydajności obróbki. Głowica jest zamocowana kątowo w kołyszce wrzeciona obrabiarki, a jej płytki skrawające o prostoliniowym zarysie obrabiają wręby płaskiego koła ślimakowego (rys. 2.) Ruch podziałowy dyskretny obrabianego koła zębatego pozwala na obróbkę kolejno każdego wrębu. Aby zapewnić prawidłową współpracę uzębienia ze ślimakiem, wręby ślimaka muszą być obrabiane podobną metodą obróbki.



Rys. 2. Schemat obróbki głowicą wielostrzową: a) ślimacznicy o uzębieniu czołowym, b) współpracującego z nią ślimaka: 1 – kołyszka, 2 – głowica wielostrzowa [4]

Przedstawione metody obróbki uzębienia przekładni spiroidalnych wymagają specjalistycznych frezarek, w których istnieje możliwość powiązania za pomocą przekładni elektronicznej ruchu obrotowego narzędzia oraz przedmiotu obrabianego. Od niedawna znana jest również metoda obróbki uzębienia z wykorzystaniem oprogramowania CAM generującego na podstawie modelu przestrzennego koła zębatego program obróbkowy sterujący obrabiarką numeryczną. Zgodnie z klasyfikacją opracowaną przez L. T. Wrotnego [6], metodę kształtowania powierzchni, w której narzędzie punktowe kształtuje drugą linię

charakterystyczną śladem punktowym, nazywa się obróbką powierzchni złożonych (tzw. obróbka przestrzenna). Można ją stosować na frezarkach numerycznych ze sterowaniem co najmniej 2,5-osiowym. Narzędziami w tej metodzie są frezy walcowo-czołowe o zróżnicowanych końcówkach zależnych od rodzaju obróbki (zgrubna lub wykańczająca), a czasem również szerokości wrębu (frezy walcowe, toroidalne lub kuliste). Uzębienie obrabiane jest wręb po wrębie (metodą podziału dyskretnego), co w zależności od rodzaju narzędzia i dopuszczalnych parametrów, wiąże się przeważnie z dłuższym czasem obróbki w porównaniu z metodą podziału ciągłego. Niewątpliwa jej zaleta to możliwość wykorzystania uniwersalnej frezarki sterowanej numerycznie, niewielki koszt narzędzi oraz duża elastyczność. Obróbka kół zębatach przeprowadzana jest z reguły w materiałach twardych na gotowo.

Autorzy zaproponowali wykonywanie uzębienia płaskiej dwuskokowej przekładni spiroidalnej metodą frezowania przestrzennego. W celu potwierdzenia technicznej możliwości takiej obróbki, na podstawie modeli matematycznych opisujących równanie linii zęba, opracowany został program obliczający współrzędne punktów leżących na bokach zęba uzębienia czołowego. Punkty te posłużyły następnie do utworzenia modelu przestrzennego uzębienia czołowego wykorzystanego w module CAM do generowania programu obróbkowego. Wykonane tą metodą uzębienie, po zamontowaniu w stole obrotowym, poddano badaniom dokładności kinematycznej.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE

2.1. Równanie linii zęba płaskiej dwuskokowej przekładni spiroidalnej

Korzystając z opracowań [1, 2, 3, 5] wyprowadzono równanie linii zęba jako podstawę do wyznaczenia geometrii uzębienia czołowego przekładni spiroidalnej. Przyjęto następujący tok postępowania:

- równanie linii zęba wyprowadzono w przekroju czołowym w odległości H od osi narzędzia (rys. 3a),
- parametryczne równanie śladu krawędzi skrawającej (w funkcji kąta obrotu wrzeciona φ) wyznaczono w nieruchomym układzie współrzędnych (x, y) o początku w osi stołu obrotowego,
- równanie śladu krawędzi zapisano w układzie biegunowym (R_y, Φ) , przyjmując oś stołu obrotowego (środek uzębienia) jako środek układu oraz linię łączącą środek zarysu narzędzia z osią stołu w położeniu początkowym narzędzia ($x_0 = 0; \varphi = 0$),
- po uzmiennieniu parametru x_0 otrzymano dwuparametrową rodzinę śladów krawędzi skrawającej, dla której zostało wyznaczone równanie obwiedni – poszukiwanej linii zęba.

Ślad krawędzi skrawającej narzędzia w prostokątnym układzie współrzędnych (x, y) o środku w osi stołu obrotowego (rys. 3a) można opisać układem równań parametrycznych:

$$\begin{cases} x = x_0 + \left(r_0 - \frac{H}{\cos\varphi} \right) \cdot \operatorname{tg}\alpha \\ y = a_0 - H \cdot \operatorname{tg}\varphi \end{cases} \quad (1)$$

Po wstawieniu ujemnej wartości kąta zarysu α otrzymuje się równanie śladu dla przeciwległego boku zęba.

W układzie współrzędnych biegunowych (R_y, Φ) przedstawionym na rysunku 3b układ równań (1) przyjmie postać:

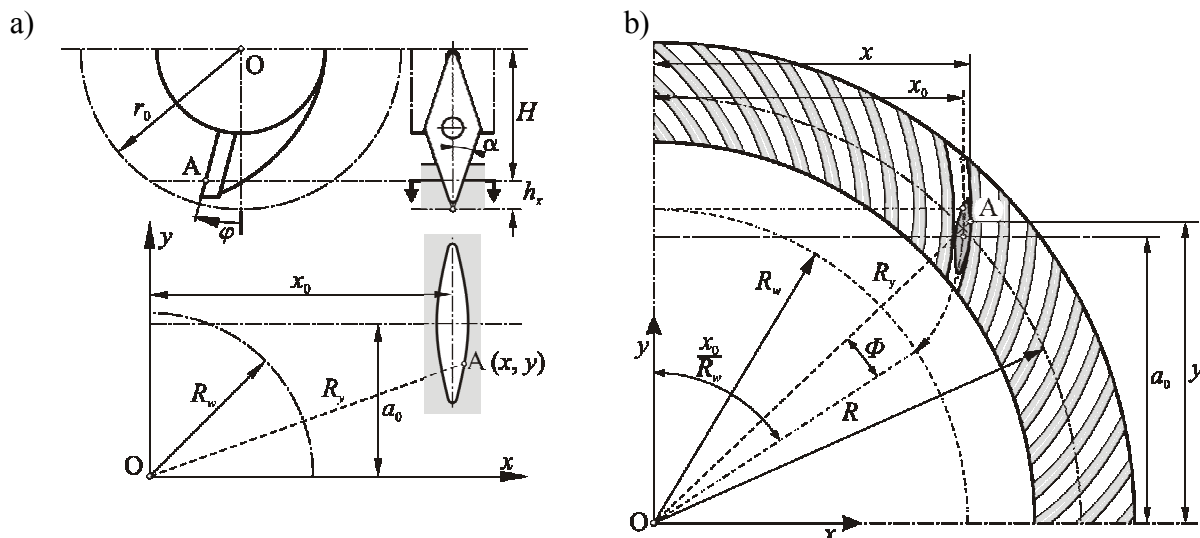
$$\begin{cases} R_y = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \Phi = \arctg \frac{x}{y} + \frac{k}{z} \cdot \varphi - \frac{x_0}{R_w} \end{cases} \quad (2)$$

Drugie równanie układu (2) zawiera składniki określające początek układu. Współczynnik k uwzględnia kierunki zwojów ślimaka i ewolwentowej linii zęba:

- $k = +1$, gdy kierunki są zgodne (linią zęba jest ewolwenta skrócona),
- $k = -1$, gdy kierunki są przeciwne (linią zęba jest ewolwenta wydłużona).

Poprzez uzmiennienie parametru x_0 w układzie równań (co reprezentuje ruch odtaczania) uzyskuje się równanie rodziny krzywych, których obwiednię – linię zęba – otrzymuje się przez dodanie do nich warunku:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial R_y}{\partial \varphi} & \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial R_y}{\partial x_0} & \frac{\partial \Phi}{\partial x_0} \end{vmatrix} = 0. \quad (3)$$



Rys. 3. Model geometryczny kształtowania wrębu: a) w nieruchomym układzie współrzędnych (x, y) , b) w układzie obrabianego wieńca

Pochodne cząstkowe występujące w wyznaczniku (3) oblicza się z równań (1) i (2):

$$\frac{\partial R_y}{\partial \varphi} = \frac{1}{R_y} \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \cdot x + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \cdot y \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = \frac{1}{R_y^2} \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \cdot y + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \cdot x \right) + \frac{k}{z}, \quad (5)$$

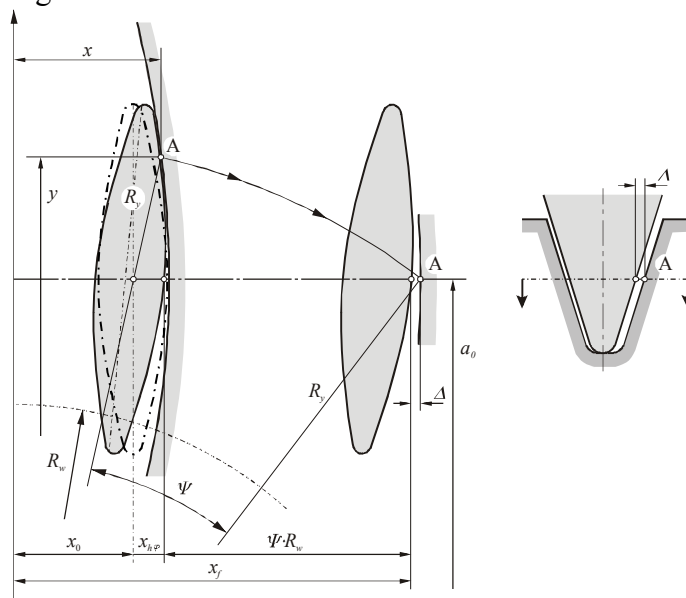
$$\frac{\partial R_y}{\partial x_0} = \frac{x}{R_y}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x_0} = \frac{y}{R_y^2} - \frac{1}{R_w}, \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{H \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{H}{\cos^2 \varphi} \end{cases} \quad (7)$$

Podstawiając równania (4), (5) i (6) do wyznacznika (3) i przekształcając, otrzymano warunek obwiedni w postaci równania:

$$\frac{R_w - y}{x} + \frac{R_w \cdot k}{z \cdot H} \cdot \cos^2 \varphi - \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \varphi = 0. \quad (8)$$

Głębokość modyfikacji linii zęba została określona w płaszczyźnie osiowej narzędzia prostopadłej do płaszczyzny podziałowej koła płaskiego (rys. 4) jako odległość Δ między punktem śladu krawędzi skrawającej narzędzia (lub też przekroju zwoju ślimaka) a punktem boku zęba koła płaskiego.



Rys. 4. Model geometryczny do określania głębokości modyfikacji linii zęba

Punkt A boku zęba był punktem obwiedni w innym położeniu narzędzia (punkt A położony z lewej strony na rys. 4). Ostrze narzędzia pozostawiające ten punkt miało płaszczyznę natarcia obróconą o kąt φ (rys. 3). Wartość $x_{h\varphi}$ na rys. 4 jest sumą algebraiczną połowy szerokości śladu ostrza narzędzia i przesunięcia linii zęba w ruchu podziałowym podczas obrotu narzędzia o kąt φ :

$$x_{h\varphi} = (r_0 - H) \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{k \cdot \varphi}{z} \cdot R_w. \quad (9)$$

Kąt Ψ oblicza się z zależności:

$$\Psi = \arccos \frac{a_0}{R_y} - \operatorname{arctg} \frac{x}{y}. \quad (10)$$

Głębokość modyfikacji Δ określa się względem wymiaru x_f (rys. 4), który wyraża się zależnością:

$$x_f = x_0 + x_{h\varphi} + \Psi \cdot R_w. \quad (11)$$

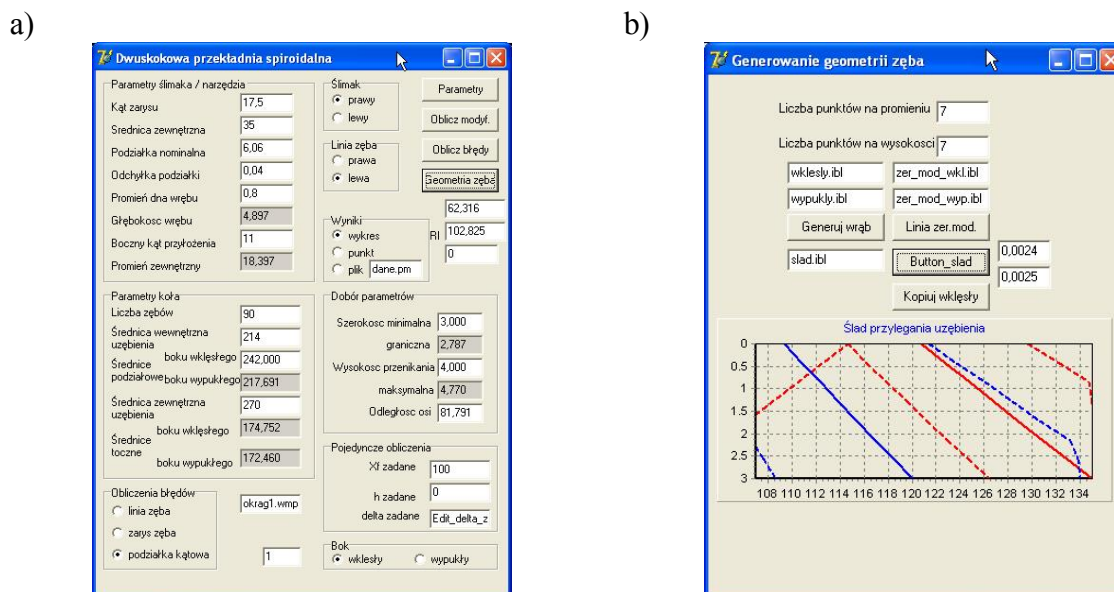
Wówczas:

$$\Delta = \sqrt{R_y^2 - a_0^2} - x_f. \quad (12)$$

W rozważaniach założono dokładne odwzorowywanie krawędzi skrawającej narzędzia bez uwzględniania odkształceń wynikających z podatności układu i działających w nim sił skrawania.

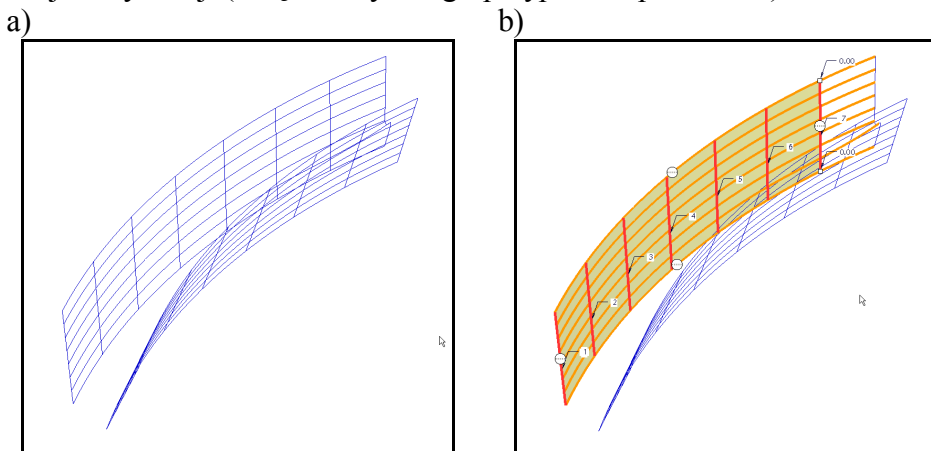
2.2. Model przestrzenny koła płaskiego

Na podstawie przedstawionych podstaw teoretycznych wyznaczania linii zęba opracowano algorytmy oraz program komputerowy obliczający geometrię płaskiej dwuskokowej przekładni spiroidalnej. Okna programu obliczeniowego przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Program wspomagający projektowanie dwuskokowych przekładni spiroidalnych: a) moduł obliczający parametry geometryczne, b) moduł generujący geometrię

Program oblicza parametry geometryczne dwuskokowej przekładni spiroidalnej (rys. 5a) i dla tych parametrów generuje pliki zawierające opis geometrii koła płaskiego (rys. 5b). Pliki zawierają zapis współrzędnych punktów leżących na bokach zębów. Użytkownik określa liczbę punktów wzdłuż linii zęba oraz na jego wysokości. Tworzone są pliki z zapisem punktów dla boku wklęsłego oraz wypukłego, a także pliki z zapisem punktów opisujących linię zerowej modyfikacji (linię teoretycznego przyporu w przekładni).



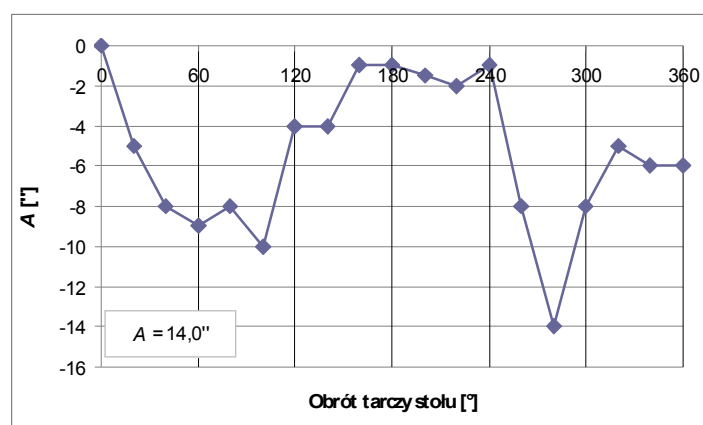
Rys. 6. Tworzenie geometrii wrębu: a) krzywe utworzone na podstawie obliczonych punktów, b) powierzchnia rozpięta na krzywych

Model koła płaskiego tworzony był w systemie Pro/ENGINEER. Na podstawie wygenerowanych obliczeniowo plików zawierających współrzędne punktów tworzono krzywe, na których rozpinano powierzchnie boku wklęsłego oraz wypukłego (rys. 6). Powierzchnie posłużyły następnie do generowania w module CAM programu obróbkowego na frezarkę sterowaną numerycznie.

3. WYKONANIE UZĘBIENIA I BADANIA

Uzębienie obrabiano na centrum frezarskim DMU60 z układem sterowania Heidenhain iTNC 510 [7]. Wykorzystano frezy firmy Fraisa do obróbki stali, aluminium i stopów miedzi (zakres twardości materiałów 25÷62 HRC): z końcówką toroidalną do obróbki zgrubnej (średnica 2 mm, promień naroża 0,2 mm, liczba ostrzy $z = 2$), z końcówką kulistą do obróbki wykańczającej (średnica 1,5 mm, liczba ostrzy $z = 2$) [8]. Obróbka uzębienia wykonywana była w dwóch przejściach: zgrubnym i wykańczającym w cyklu zamkniętym wręb po wrębie. Zastosowano prędkość skrawania 120 m/min i posuw na ostrze 0,025 mm dla przejścia zgrubnego oraz 0,020 mm dla wykańczającego. Całkowity czas obróbki uzębienia na gotowo wyniósł 630 minut.

Przeprowadzono pomiary dokładności kinematycznej stołu obrotowego z tak wykonanym wieńcem zębatym. Pomiarów dokonano zgodnie z normą PN-ISO 230/2, przyjęto liniowy cykl badawczy [5]. Wyniki badań przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7. Dokładność kinematyczna stołu z wykonaną płaską dwuskokową przekładnią spiroidalną metodą obróbki powierzchni

W porównaniu z przekładniami wykonywanymi w ITM PP metodą obróbki narzędziem jednoostrzowym na innej obrabiarce dokładność kinematyczna tak wykonanej przekładni jest około 2-krotnie lepsza.

4. PODSUMOWANIE

Na podstawie analiz różnych metod obróbki uzębień dwuskokowych płaskich przekładni spiroidalnych i badań dokładności pozycjonowania stołów obrotowych NC, w których te przekładnie zastosowano stwierdzono, że:

- dokładność pozycjonowania stołów z przekładniami naciętymi z wykorzystaniem metody obróbki powierzchni jest 2-krotnie lepsza niż dokładność stołów z przekładniami naciętymi różnymi odmianami metod jednoostrzowych, która kształtuje się na poziomie 40-60" [5] bez korekcji,

- czas wykonania uzębienia metodą obróbki przestrzennej jest ok. 10-krotnie dłuższy niż narzędziem jednoostrzowym,
- błędy pozycjonowania przekładni są wynikiem nie tyle metod nacinania, co jakości obrabiarek i urządzeń zastosowanych do ich wykonania,
- błędy cykliczne przekładni wykonanych różnymi odmianami metod jednoostrzowych są wypadkową błędów cyklicznych osi obrotowych obrabiarki, głównie stołu obrotowego stanowiącego wrzeciono przedmiotowe, oraz niedokładności montażu,
- błędy cykliczne przekładni wykonanych metodą obróbki powierzchni wynikają w dużej mierze z niedokładności montażu.

LITERATURA

1. Goldfarb V.: Theory of design and practice of development of spiroid gearing. Proc. of Congress "Gear Transmissions 95". Sofia, 1995.
2. Grajdek R.: Uzębienia czołowe :podstawy teoretyczne kształtowania i nowe zastosowania. Poznań: Pol. Pozn., 2000.
3. Grajdek R.: Podstawy teoretyczne kształtowania uzębień czołowych metodami skrawania. Rozprawy nr 233. Poznań: Pol.Pozn., 1990.
4. Litvin F.L., Nava A., Fan Q., Fuentes A.: New geometry of worm face gear drives with conical and cylindrical worms: generation, simulation of meshing, and stress analysis, NASA/CR-2002-211895, ARL-CR-0511, 2002.
5. Staniek R.: Stoły obrotowe sterowane numerycznie : podstawy teoretyczne, konstrukcja, technologia i badania. Poznań: Pol. Pozn., 2005.
6. Wrotny L.T.: Projektowanie obrabiarek : zagadnienia ogólne i przykłady obliczeń. Warszawa : WNT, 1973.
7. Dokumentacja techniczno ruchowa centrum frezarskiego DMU60.
8. Katalog narzędzi Fraisa.

DESIGN AND MACHINING OF FACE WORM GEAR WITH DOUBLE-LEAD WORM

Summary. In the paper methods for shaping double-lead face worm toothing are discussed. Authors present fundamentals of determination of the face worm gear tooth line and a computer program aiding the design process. The method of creating a 3D model of the face worm wheel with the use of the program results is shown, as are the tools and the cutting parameters used for machining. The results of investigation into the kinematic accuracy of the gear applied in a rotary table are presented.