

WERYFIKACJA OBLICZENIOWA HYBRYDOWEJ METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

KRZYSZTOF BRZOZOWSKI¹, ANDRZEJ NOWAK²

Katedra Informatyki Stosowanej, Akademia Techniczno–Humanistyczna w Bielsku–Białej
e-mail: ¹ kbrzozowski@ath.bielsko.pl, ² a.nowak@ath.bielsko.pl,

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki weryfikacji pewnej metody hybrydowej zastosowanej do analiz statycznych typowego układu elektrod zbiorczych elektrofiltru suchego. Krótko scharakteryzowano wykorzystaną metodę hybrydową łączącą elementy metody odkształcalnych elementów skończonych (MES) oraz metody sztywnych elementów skończonych (SES). Otrzymane wyniki analiz porównano z wynikami modelowania z wykorzystaniem metody MES zaimplementowanej w jednym z komercyjnych pakietów obliczeniowych.

1. WSTĘP

Elektrofiltry są dużymi urządzeniami przemysłowymi przeznaczonymi do przechwytywania i usuwania cząstek stałych z gazów spalinowych. Efektywność elektrofiltrów zależy między innymi od warunków przepływu gazów, wytwarzanego pola elektrycznego, ale także od parametrów geometrycznych elektrofiltru. Redukcja emisji zanieczyszczeń pyłowych z wykorzystaniem elektrofiltrów pozostaje ciągle istotnym i aktualnym zagadnieniem badawczym, między innymi analizowane jest pole elektryczne w komorach elektrofiltrów [4], [5], jak i przepływy spalin przez sekcje elektrod osadzących [8], w tym z zastosowaniem modeli numerycznej mechaniki płynów [9]. Prowadzone badania obejmują ponadto analizę przebiegu procesu odpylania [3], jak i wpływu parametrów geometrycznych na efektywność elektrofiltru [2], [10], [11], [13].

W prezentowanej pracy przedstawiono wyniki analiz statycznych typowego układu elektrod zbiorczych stosowanych w elektrofiltrach do usuwania pyłów ze spalin emitowanych do atmosfery. Układ ten obejmuje kilka płyt elektrod o skomplikowanym kształcie, których długość dochodzi do 16 metrów przy stosunku szerokości do długości równym około 1/32. Prezentowane wyniki stanowią pierwszy etap prac zmierzających do podniesienia efektywności mechanicznego oczyszczania elektrod, z których pył jest okresowo usuwany za pomocą drgań wzbudzanych przez bijaki. Przy tym skuteczność odpylania zależy od uzyskiwanych przyspieszeń stycznych i normalnych do powierzchni płyty. Ponieważ zarówno właściwości geometryczne elektrod (profil, długość, grubość), jak i impuls siły wzbudzany przez bijak, decydują o uzyskiwanych wartościach przyspieszeń, zwiększenie efektywności elektrofiltru wymaga przeprowadzenia szeregu analiz numerycznych. Do analizy drgań autorzy proponują zastosowanie hybrydowej metody elementów

skończonych. Metoda hybrydowa jest połączeniem metody odkształcalnych elementów skończonych (MES) [14] oraz metody sztywnych elementów skończonych (SES) [12]. W wykorzystanej w pracy metodzie energia odkształcenia wyznaczana jest z wykorzystaniem MES, z kolei do odwzorowania cech bezwładnościowych płyt elektrod zbiorczych stosowana jest metoda SES. Szczegółowy opis metody przedstawiono w [6]. Metoda hybrydowa będzie wykorzystywana do obliczeń numerycznych związanych z optymalizacją konstrukcji układów elektrod osadczych w elektrofiltrach suchych. Implementacja metody umożliwi przygotowanie i udostępnienie producentowi tych urządzeń dedykowanego pakietu obliczeniowego do analizy drgań elektrod.

Wstępną weryfikację przeprowadzono, porównując wartości częstości drgań własnych pojedynczej elektrody, otrzymane w wyniku zastosowania metody hybrydowej, z wartościami częstości drgań własnych uzyskanymi w komercyjnym pakiecie obliczeniowych ABAQUS. Wyniki wstępnej weryfikacji przedstawiono w [1].

W niniejszej pracy przedstawiono najnowsze wyniki dotyczące weryfikacji metody hybrydowej w zakresie analiz statycznych. Przeprowadzono analizy ugięć statycznych dla kilku wybranych układów elektrofiltrów. Wyniki otrzymane z wykorzystaniem metody hybrydowej odniesiono ponownie do wyników otrzymywanych po zastosowaniu MES zaimplementowanej dla identycznych układów elektrofiltrów w pakiecie ABAQUS.

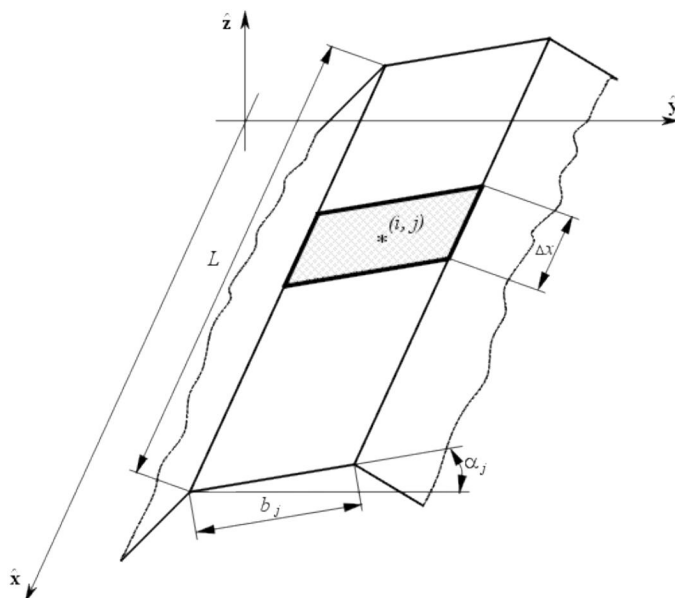
2. CHARAKTERYSTYKA METODY HYBRYDOWEJ

Jak już wcześniej wspomniano, w wykorzystanej do modelowania układu elektrofiltrów metodzie hybrydowej obliczanie energii odkształcenia przeprowadzane jest z wykorzystaniem metody odkształcalnych elementów skończonych, natomiast do odwzorowania cech bezwładnościowych płyt elektrod zbiorczych zastosowana jest metoda sztywnych elementów skończonych.

W konsekwencji, dyskretyzacja obiektu w modelu numerycznym wymaga dwustopniowego postępowania. W pierwszej fazie dyskretyzacji przeprowadzany jest podział pierwotny poszczególnych pasm elektrody $j = 1, \dots, n_y$ (rys. 1.) na odkształcalne elementy skończone (powłokowe, prostokątne czterowęzłowe).

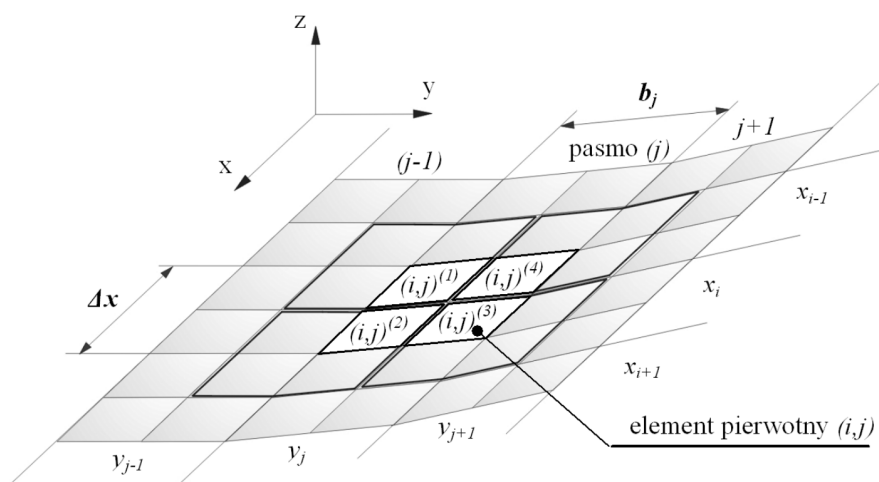
Warto zwrócić uwagę na to, że przy ustalonych wartościach parametrów E , ν , α_j , h (E – moduł Younga, ν – liczba Poissona, α_j – jak na rys. 1, h – grubość elementu) macierze sztywności elementów zależą jedynie od Δx i $\Delta y = b_j$. Skutkiem przyjęcia stałej długości elementów Δx jest to, że macierze sztywności pojedynczego pasma płytowego j są identyczne.

W drugiej fazie dyskretyzacji, zgodnie z ideą metody SES, rozważane ciało podatne dzieli się na sztywne elementy skończone (*ses*), zwane dalej płatkami (rys. 2.), które przejmują własności bezwładnościowe ciała i elementy sprężysto-tłumiące, które te elementy łączą, odzwierciedlając równocześnie własności sprężyste i tłumiące ciała (w dalszych rozważaniach pomija się tłumienie).



Rys. 1. Pasma płytowe j o szerokości b_j oraz kącie α_j nachylenia do osi \hat{y}

Poszczególne płatki elementu pierwotnego należą do różnych ses i odwrotnie – poszczególne płatki, z których zbudowany jest ses, należą do różnych elementów pierwotnych.



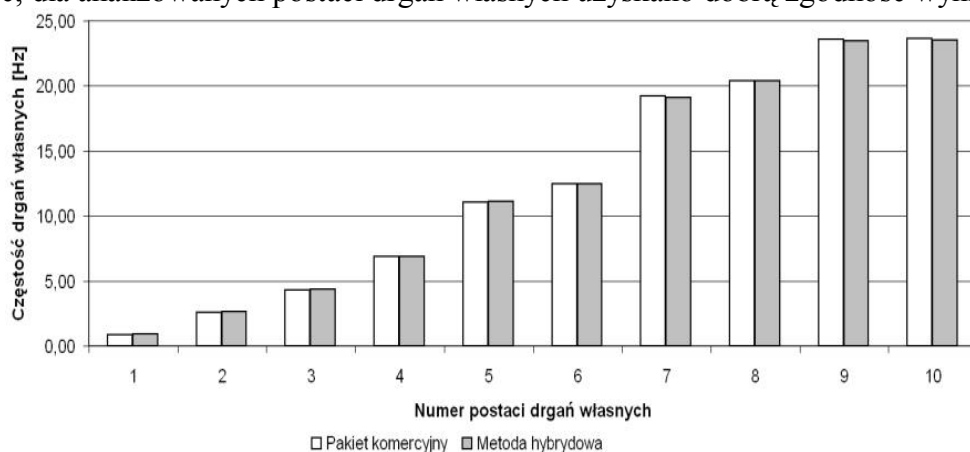
Rys. 2. Schemat podziału wtórnego pojedynczej elektrody

Dla wygenerowanego w opisany sposób zbioru elementów wyznacza się ich parametry masowe (płaszczyznowe i odśrodkowe momenty bezwładności) oraz współrzędne (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) środków geometrycznych elementów (i, j) , a w dalszej kolejności definiuje wektor współrzędnych uogólnionych \mathbf{q} , macierz mas \mathbf{M} oraz macierz sztywności \mathbf{C} . Szczegółowa dyskusja przekształceń i algorytmizacji metody została zamieszczona w pracy [6].

3. WERYFIKACJA OBLICZENIOWA

3.1. Wstępna weryfikacja metody

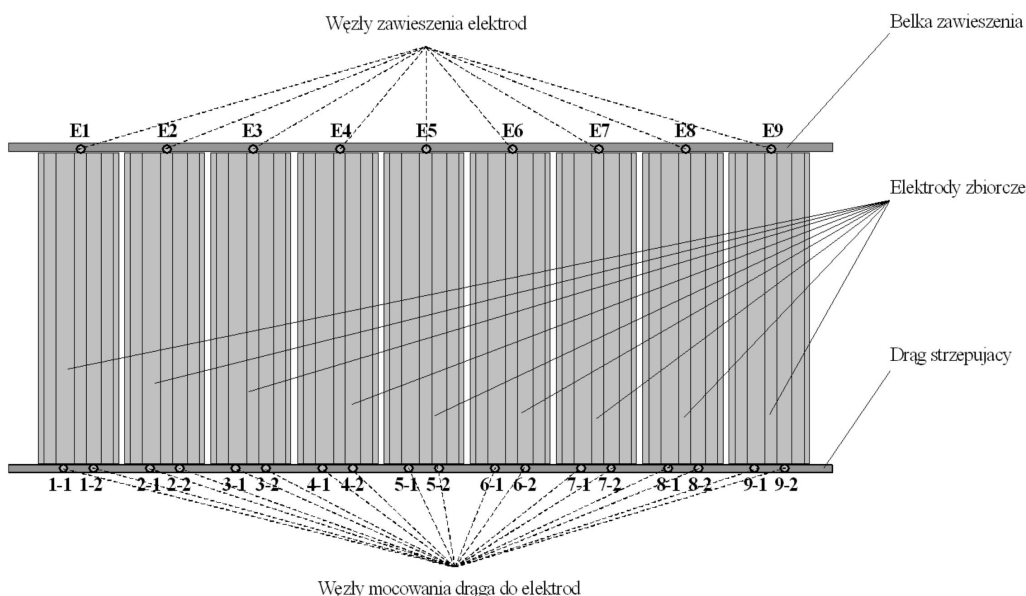
Opracowany z zastosowaniem metody hybrydowej model pojedynczej elektrody poddano wstępnej weryfikacji. Obliczone, z wykorzystaniem własnych modeli, częstotliwości drgań własnych płyty elektrody zbiorczej – swobodnej i podpartej – porównano z wynikami otrzymanymi przy zastosowaniu jednego z pakietów komercyjnych (rys. 3.). Jak można zauważyć, dla analizowanych postaci drgań własnych uzyskano dobrą zgodność wyników.



Rys. 3. Porównanie częstotliwości drgań własnych pojedynczej elektrody

3.2. Weryfikacja statyczna układu elektrod zbiorczych

Weryfikacji w zakresie obliczeń statycznych poddano pełny model dyskretny układu elektrod zbiorczych (zwany dalej modelem hMES, którego schemat przedstawiono na rys. 4). Modelowany układ składa się z elementu nośnego (belki zawieszenia), 9 elektrod zbiorczych typu SIGMA [7] oraz drąga strzepującego. Zarówno belkę zawieszenia, jak i drąg strzepujący zamodelowano jako elementy belkowe o takich zastępczych profilach przekrojów porzecznych, aby ich parametry bezwładnościowe odpowiadały przekrojom rzeczywistym. Elektrody zostały zamodelowane przy użyciu metody hybrydowej.



Rys. 4. Schemat układu elektrod zbiorczych

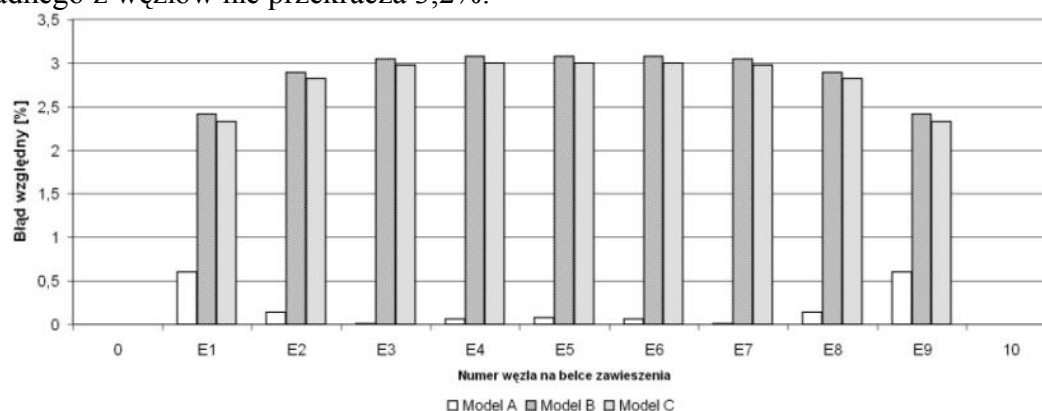
W ramach weryfikacji statycznej układ poddano obciążeniu grawitacją i porównywano ugięcie belki górnej (w węzłach oznaczonych na schemacie jako E1÷E9) oraz przemieszczenia punktów drąga strzepującego w węzłach [1–1]÷[9–2]. Symulację statycznego odkształcenia konstrukcji (rys. 5) przeprowadzono w kilku wariantach konfiguracyjnych układu elektrod, tzn. porównano wyniki otrzymane z modelu hMES oraz pakietu komercyjnego dla:

- belki z elektrodami E1 i E9 zawieszonymi przegubowo, elektrodami E2÷E8 zawieszonymi sztywno i drągiem strzepującym zawieszonym przegubowo w węzłach [1–1] oraz [9–2], obciążonych grawitacją (model A),
- belki ze wszystkimi elektrodami zawieszonymi sztywno i drągiem strzepującym zawieszonym sztywno w węzłach od [1–1] do [9–2], obciążonych grawitacją (model B)
- belki ze wszystkimi elektrodami zawieszonymi przegubowo i drągiem strzepującym zawieszonym sztywno w węzłach od [1–1] do [9–2], obciążonych grawitacją (model C).



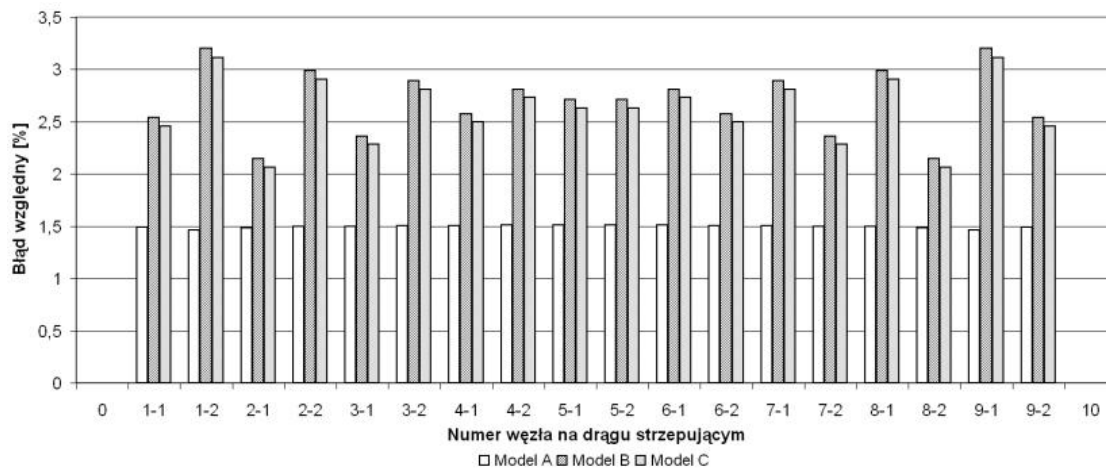
Rys. 5. Analiza statyczna modelu C w pakiecie komercyjnym

Na rys. 6 zestawiono wartości błędu względnego wyznaczonych ugięć belki górnej w stosunku do wyników otrzymanych w pakiecie komercyjnym, odpowiednio do zastosowanego wariantu modelu. Obliczona maksymalna wartość błędu względnego dla żadnego z węzłów nie przekracza 3,2%.



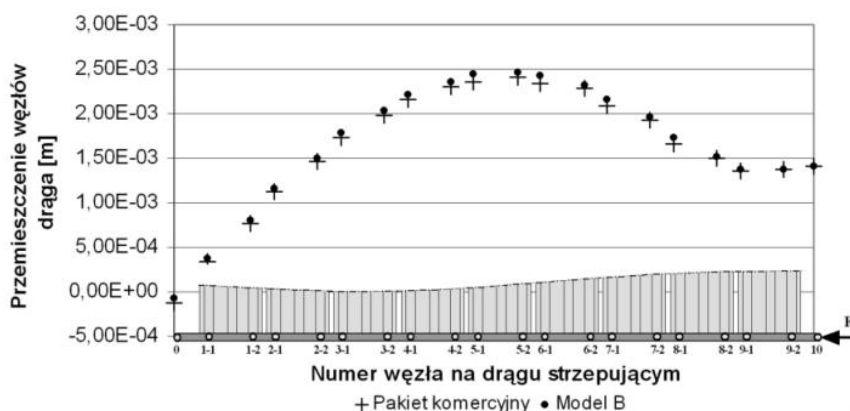
Rys. 6. Błąd względny ugięcia belki górnej w węzłach kontrolnych

Analogicznie, na rys. 7, zestawiono wartości błędu względnego dla wartości przemieszczeń węzłów kontrolnych drąga strzepującego, wyznaczone w odniesieniu do wyników otrzymanych w pakiecie komercyjnym. Również w tym przypadku maksymalna wartość błędu względnego nie przekracza 3,2%.



Rys. 7. Błąd względny przemieszczeń węzłów kontrolnych drąga strzepującego

Ostatnim z przeprowadzonych testów, w zakresie weryfikacji statycznej, było wyznaczenie przemieszczeń węzłów kontrolnych drąga strzepującego po obciążeniu układu grawitacją oraz siłą skupioną $F=1000\text{N}$, przyłożoną w węzle kontrolnym Nr 10 (rys. 8).



Rys. 8. Przemieszczenia węzłów kontrolnych drąga strzepującego pod obciążeniem statycznym grawitacją i siłą skupioną $F=1000\text{N}$

Punkt przyłożenia, kierunek i zwrot siły F są identyczne z tymi, które będzie posiadać impuls siły w analizie dynamicznej układu. Błąd względny przemieszczeń węzłów kontrolnych drąga nie przekraczał 3,1% w odniesieniu do wyników uzyskanych z pakietu komercyjnego.

4. PODSUMOWANIE

Przeprowadzona weryfikacja wykorzystanej metody wykazała jej akceptowalną dokładność dla wstępnych prac inżynierskich. Dla wyznaczonych pierwszych 10 częstości drgań własnych pojedynczej elektrody swobodnej typu SIGMA, otrzymane wartości cechował błąd względny poniżej 1,5% w odniesieniu do wyników otrzymanych w pakiecie komercyjnym. W zakresie obciążeń statycznych układu, wyniki uzyskiwane za pomocą

własnych modeli obliczeniowych nie różniły się o więcej niż 3,2%. w stosunku do uzyskanych w pakiecie komercyjnym.

Przedstawione w pracy wyniki dotyczą trzech różnych, ze względu na sposób łączenia części, wariantów konstrukcyjnych układu elektrod zbiorczych. Wariant A pozwolił zweryfikować elementy belkowe zastosowane w modelu. Należy zauważyć bardzo dobrą zgodność wyników z danymi porównawczymi (średni błąd względny nie przekraczał dla przemieszczeń węzłów belki zawieszenia oraz węzłów drąga strzepującego odpowiednio 0,18% oraz 1,5%). Wariant ten nie będzie miał bezpośredniego zastosowania w analizach dynamicznych – będzie jednakże wykorzystany do wyznaczenia wstępnych odkształceń układu występujących na etapie jego montażu w elektrofiltrze. Z kolei wariant B był zastosowany do wyznaczenia przemieszczeń węzłów drąga strzepującego w kierunku działania siły skupionej F . Test pozwolił pośrednio ocenić dokładność uzyskiwanych wyników, która w tym stanie obciążenia wynikała wprost z jakości modelowania płyt elektrod zbiorczych za pomocą metody hybrydowej. Warto przy tym podkreślić, że warianty B i C pozwalają uzyskiwać wyniki w zakresie analiz statycznych ze zbliżoną dokładnością i będą stosowane w analizach dynamicznych, z tą różnicą, że nie będzie występowało w nich „przesztywnienie” pomontażowe konstrukcji w układzie, jak to miało miejsce w modelach wykorzystanych w pracy. W dalszym postępowaniu weryfikacyjnym będą prowadzone prace w zakresie obliczeń dynamicznych oraz zostanie przeprowadzona weryfikacja pomiarowa na stanowisku badawczym.

Docelowo przedstawiona metoda i modele zbudowane przy jej użyciu będą miały zastosowanie w opracowywanym przez zespół (w ramach projektu rozwojowego badawczego nr **NR03-0036-04/2008**, finansowanego ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju), pakiecie obliczeniowym do symulacji drgań układu elektrod.

LITERATURA

1. Adamiec-Wójcik I., Nowak A., Wojciech S.: Dynamic analysis of electrostatic precipitators using finite strip method. *DSTA 2009 Conference Proceedings*. Łódź 2009, Vol. 2, p. 889–896.
2. Bach S., Szwed H., Wróbel J.: Wpływ sposobu połączenia belki mechanizmu strzepującego z elektrodą osadczą w elektrofiltrze na wartość przyspieszeń elektrody. „Ochrona powietrza i problemy odpadów” 1996, nr 3.
3. Janka R.M.: Wpływ warunków eksploatacji na skuteczność odpylania, dyspozycyjność oraz trwałość odpylaczy elektrostatycznych. „Ochrona powietrza i problemy odpadów” 1995, nr 2.
4. Long Z., Yao Q., Song Q., Li, S.: A second-order accurate finite volume method for the computation of electrical conditions inside a wire-plate electrostatic precipitator on unstructured meshes. “*Journal of Electrostatics*” 2009, 67(4), p. 597-604.
5. Neimarlija N., Demirdžić I., Muzaferij S.: Finite volume method for calculation of electrostatic fields in electrostatic precipitators. “*Journal of Electrostatics*” 2009, 67(1), p. 37-47.
6. Nowak A.P., Adamiec-Wójcik I.: Vibration analysis of collecting electrodes of precipitators by means of the hybrid finite element method. *Multibody Dynamics, ECCOMAS Thematic Conference*. Warsaw 2009, p. 214–217.
7. Nowak A.P., Wojciech S.: Optimisation and experimental verification of a dust-removal beater for the electrodes of electrostatic precipitators. “*Computers and Structures*” 2004, Vol. 82, iss. 22, p.1785–1792.

8. Sarna M.: Wpływ rozdziału spalin w elektrofiltrze na skuteczność odpylania. W: , Materiały VI Ogólnopolskiego Sympozjum „Zastosowanie mechaniki płynów w inżynierii środowiska 99”. Gliwice - Wisła 1999.
9. Sarna M., Ryguła C.: Komputerowa analiza przepływu spalin w kanałach doprowadzających na przykładzie elektrofiltru dwusekcyjnego. „ElektroFiltry” 2002, nr 12. Biuletyn Informacyjny Techniki Elektrofiltrów i Transportu Popiołu Fabryki Elaktrofiltrów ELWO S.A. (<http://www.elwo.com.pl/pub/File/biuletyny/biul-12.pdf>).
10. Szwed H.: Konstrukcyjne rozwiązania elektrofiltrów a ich skuteczność działania. W: Materiały III Konferencji Naukowo-Technicznej „Eksplatacja elektrofiltrów w energetyce”. Kraków 1992.
11. Talaie M.R.: Mathematical modeling of wire-duct single-stage electrostatic precipitators. “Journal of Hazardous Materials” 2005, 124 (1-3), p. 44-52.
12. Wittbrodt, E., Adamiec-Wójcik, I., Wojciech, S.: Dynamics of flexible multibody systems rigid finite element method. Berlin : Springer, 2006.
13. Yang XF., Kang YM., Zhong K.: Effects of geometric parameters and electric indexes on the performance of laboratory-scale electrostatic precipitators. “Journal of Hazardous Materials” 2009, 169 (1-3), p. 941-947.
14. Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L.: The finite element method. Vol.2: Solid Mechanics. Butterworth-Heinemann, 2003.

COMPUTATIONAL VERIFICATION OF THE HYBRID FINITE ELEMENT METHOD

Summary. The paper presents a verification of the hybrid method used for static analysis of collecting electrodes system. The method is a combination of well known deformable finite element method (FEM) and less popular rigid finite element method (RFEM).

In order to verify the accuracy of the hybrid method a comparison with the classic FEM model is presented (implemented in one of general-purpose commercial package).