

## CHWILOWE I SZCZĄTKOWE NAPRĘŻENIA HARTOWNICZE W CYLINDRYCZNYCH ELEMENTACH MASZYN

JERZY ZIELNICA

*Institut Mechaniki Stosowanej, Politechnika Poznańska  
e-mail:jerzy.zielnica@put.poznan.pl*

Streszczenie. W pracy przedstawiono podstawy teoretyczne, sposób rozwiązania i przykładowe obliczenia numeryczne prowadzące do wyznaczenia pól temperatur, przemieszczeń i naprężeń dla hartowanych cylindrycznych elementów maszyn wykonanych z takich gatunków stali, które mają krzywe CTP w kształcie litery C. Analiza uwzględnia badanie wpływu zawartości węgla w hartowanym elemencie, zmianę współczynnika przewodności cieplnej, ciepła właściwego i współczynnika cieplnej dyfuzji na względną zmianę objętości poszczególnych struktur i faz. Związki teoretyczne oparto na modelach kinetyki przemian fazowych Avramiego i Hildenwalla. Do obliczeń pól temperatur zastosowano metodę różnic skończonych, a naprężenia wyznaczono metodą elementów skończonych.

### 1. WSTĘP

Zmiany strukturalne występujące podczas procesów hartowania termicznego są bardzo złożone, a teoretyczna analiza kinetyki przemian fazowych oraz szybko zmiennych pól odkształceń i naprężeń jest trudna. Szczególne utrudnienia wynikają z uwzględnienia uplastycznienia materiału. Materiały konstrukcyjne poddane nawęglaniu i hartowaniu są wrażliwe na prędkość odkształcenia oraz chwilowe i szczątkowe naprężenia, które wywołują bardzo szkodliwe efekty w hartowanych elementach, przyczyniają się do powstawania mikropęknięć oraz zmian wymiarów poza dopuszczalne tolerancje. Istnieją jednak przypadki, że naprężenia hartownicze są korzystne, a zwłaszcza wtedy, gdy naprężenia powodowane eksploatacyjnymi obciążeniami zewnętrznymi redukują się z naprężeniami hartowniczymi. Ustalenie rozkładu pól naprężeń hartowniczych na drodze doświadczalnej jest trudne, dlatego w ramach tej pracy przeprowadzono numeryczną symulację termokinetyki przemian fazowych i analizy naprężeń dla stali węglowych, w odniesieniu do elementów cylindrycznych,

W obliczeniach można zastosować różne podejścia i teorie [1, 2, 3]. Tutaj zastosowano teorię Łomakina, zmodyfikowaną przez Inoue i Ranieckiego z wykorzystaniem modelu Ericsona, Hildenwalla i Sjöströma. Praca jest kontynuacją poprzednich badań, w zakresie których opracowano system komputerowy *MES* analizy naprężeń hartowniczych #SYSHART. System ten jest dalej rozbudowywany i modyfikowany i aktualnie umożliwia uwzględnienie wpływu zawartości węgla w przekroju hartowanego elementu cylindrycznego oraz wpływu zmiany współczynnika przewodności ciepła  $\lambda$ , ciepła właściwego  $c_p$  i współczynnika cieplnej dyfuzji na udziały objętościowe poszczególnych struktur i faz. W

analizie uwzględniono również zjawisko TRIP (*transformation induced plasticity*), które jest wywołane anizotropowością przemian fazowych.

## 2. PODSTAWOWE RÓWNANIA

Podstawowe założenia przyjęte w pracy są następujące: *a)* pole temperatur wyznacza się niezależnie od naprężeń i odkształceń z klasycznego równania przewodnictwa, *b)* związek skalarny między temperaturą a średnim ciśnieniem hydrostatycznym i względną zmianą objętości uwzględnia zmianę gęstości poszczególnych składników stali przy przemianach fazowych, *c)* w części dewiatorowej związek pomiędzy stanem naprężenia i odkształcenia przyjmujemy w formie stowarzyszonego prawa płynięcia plastycznego Pragera, w którym funkcja płynięcia poza warunkiem wzmocnienia, zależy od parametru charakteryzującego historię zmian temperatury. Parametrem tym będzie stopień rozkładu austenitu w perlit. Do tej części dodany zostanie składnik reprezentujący zjawisko TRIP.

W celu wyznaczenia pola temperatur przyjmiemy następujące równania przewodnictwa [1]:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \left( \frac{\partial \lambda}{\partial r} + \frac{\lambda}{r} \right) \frac{\partial T}{\partial r} + \dot{b} = \rho c_p \dot{T}, \quad \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_z = -\dot{q}(T), \quad \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_0 = 0. \quad (1)$$

Równania te poddane zostaną dyskretyzacji metodą różnic skończonych zgodnie ze schematem różnicowym [5]:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{2} \left( \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{r_i - r_{i-1}} + \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{r_{i+1} - r_i} \right), \quad \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{2}{-r_{i-1} + 2r_i - r_{i+1}} \left( \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{r_{i+1} - r_i} + \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{r_i - r_{i-1}} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial r} = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda_i^j - \lambda_{i-1}^j}{r_i - r_{i-1}} + \frac{\lambda_{i+1}^j - \lambda_i^j}{r_{i+1} - r_i} \right).$$

Tutaj indeks dolny oznacza ‘węzeł’, a indeks górny – numer kroku czasowego. Rozwiązujemy równanie macierzowe:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{T}^j = \mathbf{M}, \quad (3)$$

gdzie  $\mathbf{A}$  jest macierzą pasmową o trzech elementach w każdym wierszu, zawierających współczynniki  $T_{i-1}^j$ ,  $T_i^j$  i  $T_{i+1}^j$ , z równań (2).

Do wyznaczenia udziałów objętościowych poszczególnych składników przemian fazowych wykorzystamy równanie wykładnicze Avramiego [4]:

$$v_k = 1 - e^{-b_k t^{n_k}}, \quad \text{gdzie } n_k(T) = \ln \left[ \frac{\ln(1 - v_{sk})}{\ln(1 - v_{fk})} \right] / \ln \left[ \frac{t_{sk}(T)}{t_{fk}(T)} \right], \quad b_k(T) = - \frac{\ln(1 - v_{sk})}{t_{sk}(T)^{n_k(T)}} \quad (4)$$

Intensywność zmian każdego składnika przemian fazowych  $v_k$  obliczamy przez zróżniczkowanie wyrażenia (4) względem czasu. Parametry opisujące fizyczne właściwości materiału uzależniono od temperatury i udziałów wagowych składników przemian fazowych.

Podstawą analizy stanu naprężeń są równania równowagi dla elementu cylindrycznego:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0, \quad \frac{d\sigma_{r\varphi}}{dr} + 2 \frac{\sigma_{r\varphi}}{r} = 0, \quad \frac{d\sigma_{zr}}{dr} + \frac{\sigma_{zr}}{r} = 0, \quad (5)$$

dla którego obowiązują następujące związki geometryczne:

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{du_z}{dz}, \quad \varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{\varphi z} = \varepsilon_{rz} = 0 \quad (6)$$

$u_r$  w powyższych równaniach nie jest funkcją  $z$ , a w związku z założeniem o obrotowej symetrii i płaskim stanie odkształcenia,  $u_\varphi=0$ .

Podstawowy związek konstytutywny przyjmujemy w postaci uwzględniającej odkształcenia termiczne i odkształcenia spowodowane przemianami fazowymi:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left[ (1+\nu) \sigma_{ij} - \delta_{ij} \nu \sigma_{mm} \right] + \delta_{ij} \varepsilon^T + \varepsilon_{ij}^p. \quad (7)$$

Składnik pierwszy w powyższym równaniu dotyczy zakresu sprężystego, składnik drugi uwzględnia zarówno odkształcenia termiczne, jak i odkształcenia spowodowane przemianami fazowymi, a składnik ostatni opisuje odkształcenia plastyczne. Równanie (7) należy zapisać w postaci przyrostowej, dokonując różniczkowania względem parametru czasu. Przyjmujemy jednocześnie, że zarówno moduł sprężystości podłużnej  $E$ , jak i współczynnik Poissona  $\nu$  zależą od temperatury i postaci przemian fazowych.

W związku z tym związek konstytutywny (7) po zróżniczkowaniu przyjmie postać:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = & \frac{1}{E} (1+\nu) \frac{d\sigma_{ij}}{dt} - \frac{1}{E} \delta_{ij} \nu \frac{d\sigma_{mm}}{dt} + \left[ \frac{1}{E} \frac{d\nu}{dt} - \frac{1}{E^2} \frac{dE}{dt} (1+\nu) \right] \sigma_{ij} - \\ & - \delta_{ij} \left[ \frac{1}{E} \frac{d\nu}{dt} - \frac{1}{E^2} \frac{dE}{dt} \nu \right] \sigma_{mm} + \delta_{ij} \frac{d\varepsilon_T}{dt} + \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dt} \end{aligned} \quad (8)$$

Tutaj

$$\varepsilon_T = \sum_{k=1}^6 v_k \int_0^T \alpha_K(T, w_c) dT + \sum_{k=2}^6 v_k \varepsilon_{trk}, \quad \frac{d\varepsilon_T}{dt} = \sum_{k=1}^6 \left( \frac{dv_k}{dt} \int_0^T \alpha_K(T, w_c) dT + v_k \alpha_K(T, w_c) \frac{dT}{dt} \right) + \sum_{k=2}^6 \frac{dv_k}{dt} \varepsilon_{trk} \quad (9)$$

Sformułujemy również stowarzyszone prawo płynięcia plastycznego, które wynika bezpośrednio z warunku normalności (prostopadłości) wektora prędkości tensora odkształcenia do powierzchni plastycznego płynięcia, tzw. postulat Druckera [4]:

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dt} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (10)$$

gdzie  $\Lambda$  jest parametrem wyznaczanym zgodnie z przyrostem pracy odkształceń plastycznych:

$$\Lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \left( \frac{d\sigma_{ij}}{dt} - \frac{d\alpha_{ij}}{dt} \right) - 2\sigma_f \left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \sum_{k=1}^6 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial v_k} \frac{dv_k}{dt} \right)}{\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 2\sigma_f \frac{\partial \sigma_f}{\partial \varepsilon^p} \sqrt{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}}} \quad (11)$$

Przyjąć należy, że wielkości  $\alpha_{ij}$  (przesunięcie środka powierzchni plastycznego płynięcia przy wzmocnieniu kinematycznym) oraz  $\sigma_f$  są znanymi funkcjami odkształcenia plastycznego. Dla materiałów modelowanych liniową charakterystyką wzmocnienia plastycznego wielkości te określają zależności:

$$\alpha_{ij} = \beta H' \varepsilon_{ij}^p, \quad \sigma_f = \sigma_Y + (1-\beta) H' \varepsilon^p = \sigma_Y + (1-\beta) \sum_{k=1}^6 v_k H'_k \kappa_k \quad (12)$$

Granice plastyczności i parametr wzmocnienia plastycznego przyjmujemy w postaci:

$$\{\sigma_Y, H^1\} = \{\sigma_Y, H^1\} [v_k(r, t), T(r, t), w_c(r)] = \sum_{k=1}^6 v_k(r, t) \{\sigma_Y, H^1\} [(r, t), w_c(r)] \quad (13)$$

Rozważany cylinder zostanie podzielony na czterowęzłowe obrotowo symetryczne elementy skończone [5], przy czym zakładamy, że naprężenia i odkształcenia nie zmieniają się wzdłuż osi walca, więc są niezależne od współrzędnej  $z$ . Do analizy przyjmujemy tylko „pasek” sieci elementów skończonych, przyjmując właściwe warunki brzegowe w osi i na powierzchni górnej i dolnej. Opracowany i modyfikowany system komputerowy #SYSHART został napisany w języku Fortran 95, gdzie siatka podziału elementów skończonych dla wyznaczenia stanu naprężeń i przemieszczeń jest w pełni zgodna z siatką różnicową przyjętą do obliczeń historii temperatury i kinetyki przemian fazowych.

### 3. OBLICZENIA NUMERYCZNE I WNIOSKI

Program obliczeń numerycznych prezentowanego zagadnienia składa się z dwóch zasadniczych części: *i*) wyznaczenia pól temperatur i analizy kinetyki przemian fazowych, *ii*) obliczenia naprężeń hartowniczych i odkształceń, metodą elementów skończonych, z uwzględnieniem plastyczności. Ponieważ kompletna historia temperatur, kinetyki przemian fazowych i naprężeń jest opisana na poszczególnych krokach czasowych, to na każdym kroku parametry związane z właściwościami fizycznymi są ponownie przeliczane i to w każdym węźle siatki elementów skończonych, zgodnie z aktualną temperaturą i składem fazowym. Do tego celu przyjęto liniową zależność wpływu poszczególnych składników przemian fazowych na stałe materiałowe. Jeżeli przez  $W$  oznaczymy dowolną stałą materiałową, to

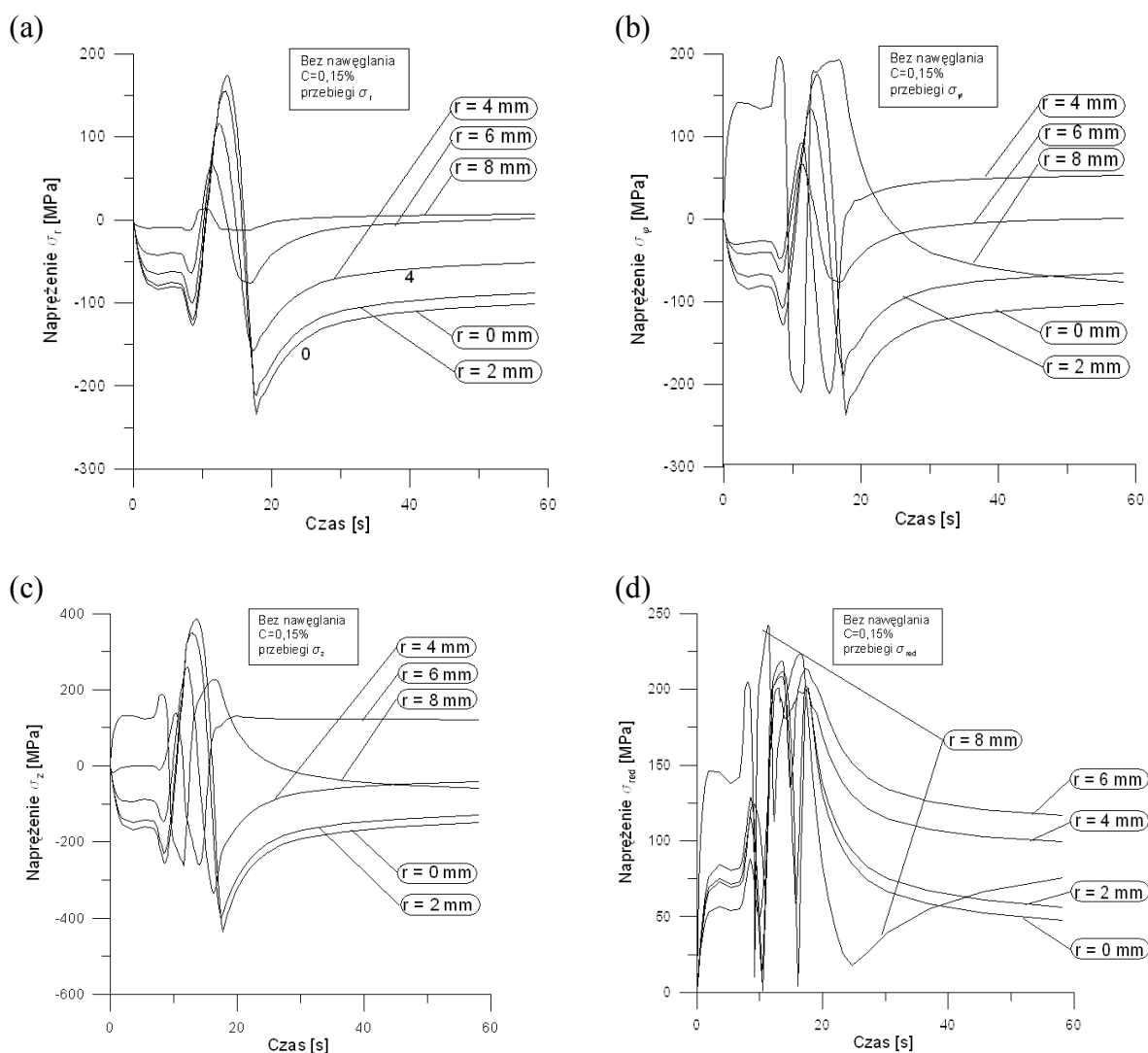
$$W[r, t] = W[T(r, t), v_k(r, t), w_c] = v_k(r, t) \cdot W_k[w_c, T(r, T)] \quad (14)$$

Tutaj  $r$  jest promieniem,  $t$  – czas,  $T$  – temperatura,  $v_k$  – udział wagowy fazy numer  $k$ ,  $w_c$  – udział wagowy zawartości węgla.  $A_k$  jest odpowiednią właściwością fazy numer  $k$  i jest funkcją  $w_c$  i  $T$ . Dyskretyzacja wzdłuż promienia jest zadawana przez użytkownika w postaci szeregu węzłów w zbiorze danych. Węzły te jednocześnie odpowiadają przyjętej siatce podziału na elementy skończone i podziału różnicowego. W module analizy naprężeń MES przyjęto obrotowo symetryczne elementy czterowęzłowe o dwóch translacyjnych stopniach swobody w każdym węźle.

W obliczeniach numerycznych przyjęto walec stalowy średnicy  $d=18$  mm i nieskończonej długości, nagrany równomiernie do temperatury początkowej  $T_0=820^\circ\text{C}$ . Walec dyskredytowano przez podanie w zbiorze danych szeregu promieni w zakresie od 0 do 9mm, co zapewniło utworzenie 30-węzłowej siatki początkowego podziału różnicowego. Na rys. 1 przedstawiono przykładowe wyniki rozkładu naprężeń promieniowych  $\sigma_r$ , obwodowych  $\sigma_\phi$ , wzdłużnych  $\sigma_z$ , i zredukowanych  $\sigma_{red}$ , przyjmując stały (jednorodny) rozkład zawartości węgla wzdłuż promienia wałka  $r$ , równy  $C=0,15\%$ , a na rys. 2 i 3 pokazano rozkład naprężeń zredukowanych dla  $C=0,5\%$  (rys.2) oraz dla  $C=0,83\%$  (rys.3). Najlepiej można ocenić wpływ zawartości węgla na naprężenia chwilowe i szczytowe porównując wykresy prezentujące przebiegi poszczególnych składowych stanu naprężenia przy różnych zawartościach węgla. Porównując wykresy przebiegów naprężeń promieniowych  $\sigma_r$ , jako funkcji czasu dla różnych współrzędnych  $r$ , odpowiednio dla  $C=0,15\%$ ,  $C=0,5\%$  oraz dla  $C=0,83\%$ , stwierdzono, że przy niższej zawartości węgla naprężenia chwilowe są wyższe. Wynoszą one odpowiednio:  $\langle +180; -240 \rangle$  MPa przy  $C=0,15\%$  oraz  $\langle +75; -150 \rangle$  MPa przy wyższej zawartości węgla. Naprężenia szczytowe, po zakończeniu chłodzenia i ustabilizowaniu warunków, są wyższe przy niższej zawartości węgla i odpowiednie zakresy naprężeń promieniowych

odpowiadających różnym zawartościom węgla w zależności od promienia  $r$  wynoszą:  $\langle 0; -110 \rangle$  MPa dla 0,15%C,  $\langle 0; -80 \rangle$  MPa dla 0,5%C,  $\langle 0; -50 \rangle$  MPa dla 0,83%C.

Nieco odmienny obraz można zaobserwować dla przebiegu naprężeń obwodowych  $\sigma_\phi$  przy różnych zawartościach węgla (rys.1). Tutaj skrajne wartości chwilowych naprężeń obwodowych dla różnych promieni  $r$  mieszczą się w zakresie  $\langle +200; -230 \rangle$  MPa dla  $C=0,15\%$  i  $C=0,5\%$  oraz  $\langle +200; -150 \rangle$  MPa, dla  $C=0,83\%$ . Natomiast naprężenia szczątkowe po zakończeniu chłodzenia i ustabilizowaniu temperatury mieszczą się w zakresach: przy zawartości węgla  $C=0,15\%$ : +50MPa dla  $r=9\text{mm}$  (powierzchnia) i -100MPa dla  $r=0$  (rdzeń); przy zawartości węgla  $C=0,5\%$ : +150MPa dla  $r=9\text{mm}$  (powierzchnia) i -75MPa dla  $r=0$  (rdzeń) oraz przy zawartości węgla  $C=0,83\%$ : +80MPa dla  $r=9\text{mm}$  (powierzchnia) i -40MPa dla  $r=0$  (rdzeń). Wynika stąd wniosek, że największa rozpiętość naprężeń między warstwą przypowierzchniową i rdzeniem występuje przy zawartości węgla  $C=0,5\%$ .

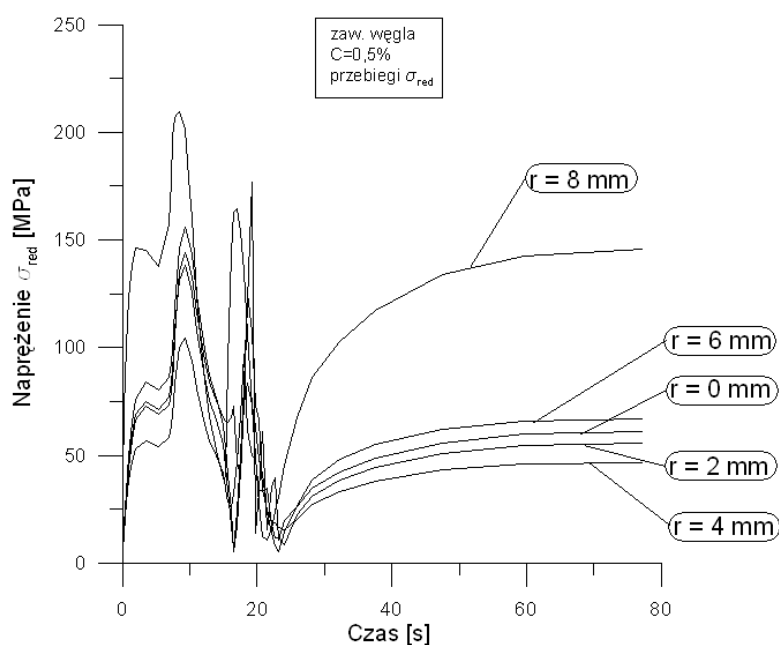


Rys.1. Przebiegi naprężeń promieniowych  $\sigma_r$  (a), obwodowych  $\sigma_\phi$  (b), wzdłużnych  $\sigma_z$  (c) i zredukowanych  $\sigma_{red}$  (d), jako funkcji czasu dla różnych promieni wałka (rozwiązanie sprężysto-plastyczne, wałek nienawęglany,  $C=0,15\%$ , chłodzenie w oleju)

Wykresy prezentujące przebiegi naprężeń wzdłużnych  $\sigma_z$  (na rys.1 pokazano przykładowo dla  $C=0,15\%$ ) jako funkcji czasu dla różnych promieni  $r$  i zawartości węgla  $C=0,15; 0,5;$

0,83% pokazują, że poziom naprężeń wzdłużnych jest wyższy niż w poprzednich przypadkach i tak, dla naprężeń chwilowych odpowiednie zakresy wynoszą:  $\langle +400; -450 \rangle$  MPa dla 0,15%C,  $\langle +260; -300 \rangle$  MPa dla 0,5%C i  $\langle +200; -300 \rangle$  MPa dla 0,83%C. Wynika z tego, że najmniej korzystny stan naprężeń występuje tutaj przy niższych zawartościach węgla. Jeżeli chodzi o naprężenia szczytkowe dla tego przypadku, to odpowiednie zakresy naprężeń wzdłużnych  $\sigma_z$  dla  $t \rightarrow \infty$  wynoszą:  $\langle +100; -150 \rangle$  MPa dla 0,15%C,  $\langle +100; -140 \rangle$  MPa dla 0,5%C i  $\langle +75; -80 \rangle$  MPa dla 0,83%C. Widać, że przy wyższych zawartościach węgla poziom naprężeń szczytkowych jest niższy.

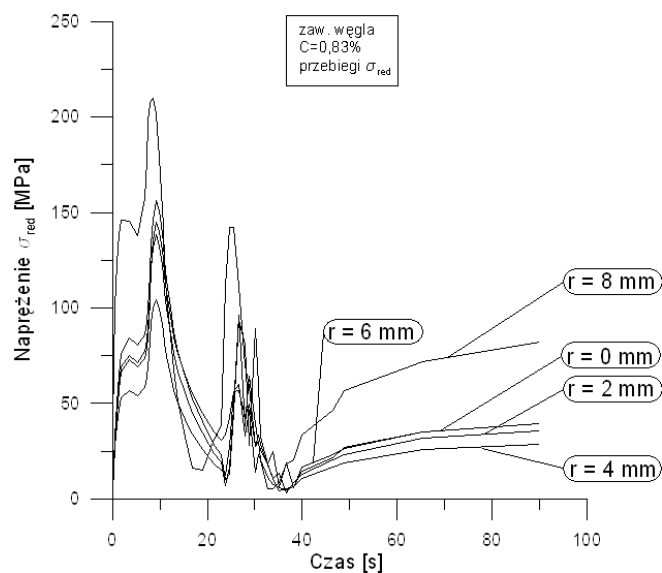
Maksymalna wartość chwilowych naprężeń zredukowanych (rys. 1, 2 i 3) wyznaczanych według hipotezy energetycznej Hubera-Misesa-Hencky'ego w zakresie sprężysto-plastycznym, jako funkcji czasu dla pięciu różnych wartości współrzędnej  $r$  (położenie wzdłuż promienia) dla trzech omawianych przypadków zawartości węgla w hartowanym wałku, przy chłodzeniu w oleju, jest w przybliżeniu taka sama i wynosi około 220-240 MPa, a zredukowane naprężenia szczytkowe wynoszą odpowiednio: 75 MPa dla  $C=0,15\%$ , 150 MPa dla  $C=0,5\%$  i około 80 MPa dla  $C=0,83\%$ . Te naprężenia mieszczą się w zakresie sprężystym przy przyjętej granicy plastyczności równej  $\sigma_{pl}=200$  MPa. Jak widać, przebiegi naprężeń zredukowanych charakteryzują się dość gwałtownymi zmianami w rejonie intensywnej przemiany fazowej. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń z chłodzeniem w różnych ośrodkach stwierdzono, że maksymalne naprężenia zredukowane przy chłodzeniu w wodzie wynoszą  $\sigma_{red\ max} = 360$  MPa i są nieco wyższe niż przy chłodzeniu w roztworze soli, gdzie  $\sigma_{red\ max} = 270$  MPa. Naprężenia stanu ustalonego wynoszą średnio 200 MPa przy chłodzeniu w wodzie oraz 210 MPa przy chłodzeniu w solance, z wyjątkiem warstwy przypowierzchniowej, gdzie są zdecydowanie wyższe.



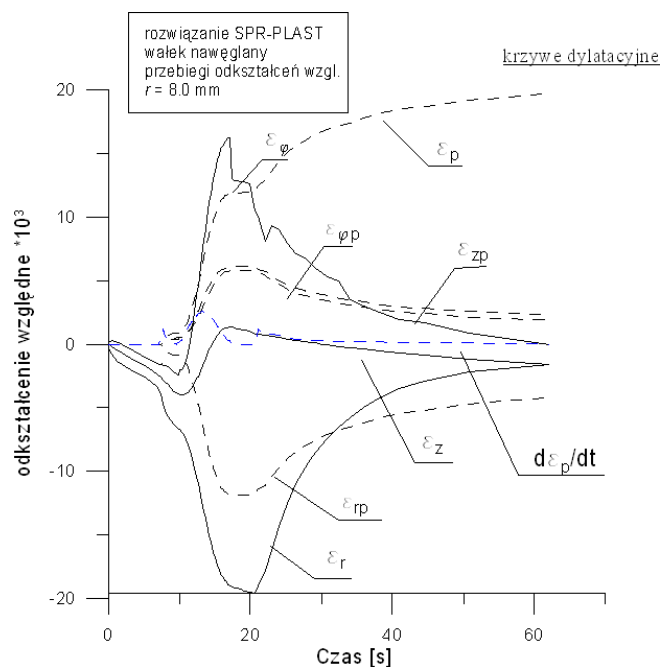
Rys.2. Przebiegi naprężeń zredukowanych  $\sigma_{red}$  jako funkcji czasu dla różnych promieni wałka (rozwiązanie sprężysto-plastyczne, wałek nienawęglany,  $C=0,5\%$ , chłodzenie w oleju)

Na rys. 4 zaprezentowano przebiegi krzywych dylatacyjnych dla nawęglanego wałka hartowanego w oleju z wykorzystaniem sprężysto-plastycznego modelu ciała. Przedstawione krzywe to wykresy zależności odkształceń względnych  $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_\varphi$ ,  $\varepsilon_z$ , odpowiednio w kierunku promieniowym, obwodowym i wzdłużnym oraz ich części plastycznych (oznaczonych na

wykresach dodatkowo indeksem  $p$ ) jako funkcji czasu. Dominują odkształcenia sprężyste, a odkształcenia plastyczne w całym przebiegu procesu hartowania są niewielkie.



Rys.3. Przebiegi naprężeń zredukowanych  $\sigma_{red}$  jako funkcji czasu dla różnych promieni wałka (rozwiązanie sprężysto-plastyczne, wałek nienawęglany,  $C=0,83\%$ , chłodzenie w oleju)



Rys.4. Przebiegi odkształceń względnych  $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_\phi$ ,  $\varepsilon_z$ , ( $\varepsilon_p$  - odkształcenia plastyczne) oraz gradientu odkształceń plastycznych  $d\varepsilon_p/dt$  jako funkcji czasu (wałek nawęglany,  $r=8\text{mm}$ )

Na początku procesu chłodzenia i przy małych czasach  $t$  wszystkie składowe odkształceń względnych najpierw maleją, maleje tym samym względna zmiana objętości  $\varepsilon^T$ , następnie gwałtownie rosną (na wykresach widoczny skok w zakresie 10 do 15 sekund od rozpoczęcia chłodzenia) do pewnej wartości dodatniej (jest to faza intensywnych przemian fazowych), po czym łagodnie maleją, ustalając się na poziomie wartości ujemnych (skurcz). Dla promienia  $r=6\text{mm}$  zauważono pojawienie się dość wyraźnych, porównywalnych ze sprężystymi,

odkształceń plastycznych, bezpośrednio po zakończeniu przemian fazowych. Proces powstawania odkształceń plastycznych uwidocznił na rys.4, gdzie pokazano przebiegi odkształceń względnych w warstwie przypowierzchniowej dla  $r=8\text{mm}$ . Tutaj odkształcenia plastyczne (na wykresie linia przerywana) mają wartości porównywalne z odkształceniami sprężystymi, a względne odkształcenie plastyczne  $\varepsilon_p$  w stanie ustalonym, po zakończeniu procesu hartowania, wyraźnie dominuje.

Pokazane w tym rozdziale wyniki analiz numerycznych w postaci wykresów, ich analiza i wnioski pozwalają na jednoznaczny wniosek, że uwzględnienie w opracowaniu przemiany austenitu na wszystkie składniki przemian fazowych, uwzględnienie zależności podstawowych stałych materiałowych od temperatury i stopnia przemiany fazowej, a także uwzględnienie odkształceń plastycznych daje bardziej zbliżony do rzeczywistości obraz przebiegu kinetyki przemian fazowych oraz rozkładu chwilowych i szczytkowych naprężeń hartowniczych i tym samym daje większe możliwości sterowania procesem hartowania części maszyn.

## LITERATURA

1. Ericsson T., Hildenwall B.: Prediction of residual stresses in case of hardening steels. Linköping: University. Dept. Mech. Eng., 1982.
2. Inoue T., Raniecki B.: Determination of thermal – hardening stress in steels by use of thermoplasticity theory. “Journal of the Mechanics and Physics of Solids” 1978, Vol.26, 3, p. 187-212.
3. Mackerle J.: Finite element analysis and simulation of quenching and other heat treatment processes: a bibliography (1976-2001). “Computational Material Science” 2003, 27, p. 313-332.
4. Sjöström S.: Interactions and constitutive models for calculating quench stresses in steel. “Materials Science and Technology” 1995, 4, p. 823-830.
5. Woelke J., Zielnica J.: The influence of cooling rates on the distribution of the structure and phase in hardened cylindrical elements. “Archive Appl. Mech.” 1997, 67, 1997, p. 422-432.

## TRANSIENT AND RESIDUAL QUENCH STRESSES IN CYLINDRICAL MACHINE ELEMENTS

Summary. The paper presents the analytical background and numerical results for the problem of phase transformation kinetics and residual and transient stresses developed in stress hardening processes. The analysis relates to those steel grades that have the C – shaped TTT curves. The analysis takes into consideration the influence of carbon content, thermal conductivity coefficient, heat density, and the coefficient of thermal diffusion on volume dilatation of the particular structure constituents and transformation phases. The theoretical analysis uses the model of phase transformation kinetics of Avrami and Hildenwall, and the plastic flow theory is accepted to analyse the elastic-plastic state of stress. The numerical results are obtained by the finite element method.