

## RELACJE KONSTYTUTYWNE SPRĘŻYSTO-LEPKOPLASTYCZNEGO MODELU MATERIAŁU SZWEDOWA

ARTUR ZBICIAK, WIESŁAW GRZESIKIEWICZ\*

*Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska  
e-mail: a.zbiciak@il.pw.edu.pl*

*\*Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Politechnika Warszawska  
e-mail: wgr@simr.pw.edu.pl*

Streszczenie. Celem pracy jest prezentacja różniczkowego opisu związków konstytutywnych materiału sprężysto-lepkoplastycznego na podstawie klasycznego schematu reologicznego Szwedowa. Wyprowadzone relacje mogą wiernie odzwierciedlać zachowanie się stopów metali poddanych działaniu cyklicznych obciążeń. Związki fizyczne zostały zaprogramowane w ramach modułu VUMAT, komercyjnego systemu MES ABAQUS/Explicit. Przedstawiono przykładowe pętle histerezy uzyskane na podstawie wyprowadzonych relacji materiału Szwedowa.

### 1. WSTĘP

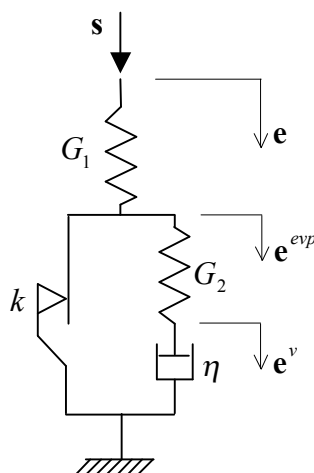
W zakresie niesprężystych obciążeń większość inżynierskich stopów metali wykazuje silnie nieliniowe własności. Po przekroczeniu granicy plastyczności obserwuje się najczęściej efekt wzmocnienia, któremu towarzyszy - w przypadku szybkozmiennych, cyklicznych obciążeń - zjawisko wrażliwości na prędkość deformacji (lepkość). Uwzględnienie ww. zjawisk wymaga zastosowania właściwego opisu konstytutywnego, odzwierciedlającego sprężysto-dyssypacyjną charakterystykę badanego ośrodka.

Celem pracy jest prezentacja związków konstytutywnych materiału sprężysto-lepkoplastycznego na podstawie klasycznego schematu reologicznego Szwedowa [8]. Pokażemy, że wyprowadzone relacje mogą wiernie odzwierciedlać zachowanie się metali poddanych działaniu cyklicznych obciążeń. Otrzymane związki mają formę nieliniowego układu równań różniczkowych i są podane w jawnej formie. Najczęściej tego typu relacje przedstawia się w literaturze z dokładnością do nieznanymi mnożników skalarnych (mnożników Lagrange'a). Ze względu na rozpowszechnienie niejawnymi algorytmów całkowania związków konstytutywnych, nie rozpatruje się zagadnienia wyznaczania analitycznego tychże mnożników, gdyż są one otrzymywane na drodze numerycznej [3, 5, 13].

Zaproponowane w pracy relacje zostały zaprogramowane w języku Fortran, w ramach modułu użytkownika VUMAT, komercyjnego systemu MES ABAQUS/Explicit [1]. Przedstawimy przykładowe pętle histerezy uzyskane na podstawie wyprowadzonych związków materiału Szwedowa.

## 2. ZWIĄZKI KONSTYTUTYWNE

Relacje fizyczne modelu materiału Szwedowa mogą być uzyskane na podstawie analizy schematu reologicznego, pokazanego na rys. 1. Rozważania rozpoczynamy od sformułowania związków w zakresie małych odkształceń w przypadku trójwymiarowym. Następnie uogólnimy zadanie na przypadek umiarkowanie dużych deformacji.



Rys.1. Schemat reologiczny materiału Szwedowa w podprzestrzeni dewiatorowej

Podany schemat reologiczny dotyczy podprzestrzeni naprężeń i odkształceń dewiatorowych. Zakładamy, że w zakresie obciążeń wszechstronnego ściskania/rozciągania, materiał wykazuje cechy liniowo-sprężyste, opisywane prawem zmiany objętości:  $\text{tr } \boldsymbol{\sigma} = 3K \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}$ , gdzie  $K$  oznacza moduł ściśliwości objętościowej. Na podstawie rys. 1 wprowadzamy założenia dot. dekompozycji naprężeń i odkształceń. Naprężenia dewiatorowe  $\mathbf{s}$ , rozkładają się na część plastyczną  $\mathbf{s}^p$  (lewa, dolna gałąź schematu) i lepkosprężystą (Maxwella)  $\mathbf{s}^{ve}$  (prawa, dolna gałąź)

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}^p + \mathbf{s}^{ve}. \quad (1)$$

Całkowite odkształcenia dewiatorowe rozkładają się na część sprężystą, opisywaną prawem zmiany postaci, i sprężysto-lepkoplastyczną. Dodatkowo w części sprężysto-lepkoplastycznej obowiązuje rozkład na część sprężystą i lepką (ciecz Newtona). Otrzymujemy zatem następujące związki

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{s}}{2G_1} + \mathbf{e}^{evp}, \quad \mathbf{e}^{evp} = \frac{\mathbf{s}^{ve}}{2G_2} + \mathbf{e}^v, \quad \dot{\mathbf{e}}^v = \frac{\mathbf{s}^{ve}}{2\eta}, \quad (2)$$

gdzie  $G_1$  i  $G_2$  są modułami ścinania, natomiast  $\eta$  oznacza współczynnik lepkości postaciowej.

W powyższych równaniach uwzględniono odpowiednie relacje konstytutywne obowiązujące dla części sprężystych i części lepkiej. Należy również wprowadzić opis relacji idealnej plastyczności, w formie związków pomiędzy tensorem naprężenia  $\mathbf{s}^p$ , a tensorem prędkości odkształceń  $\dot{\mathbf{e}}^{evp}$ . Przyjmujemy warunek plastyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego (HMH), narzucający więzy na dewiatorową część stanu naprężenia, co jest zgodne z wcześniejszymi rozważaniami. Funkcja plastyczności stowarzyszona z warunkiem HMH ma postać

$$F(\mathbf{s}^p) := \frac{1}{2} \|\mathbf{s}^p\|^2 - k^2, \quad (3)$$

gdzie przez  $k$  oznaczono granicę plastyczności z testu czystego ścinania. Układ relacji konstytutywnych materiału idealnie plastycznego tworzą: stowarzyszone prawo płynięcia

$$\dot{\mathbf{e}}^{evp} = \lambda \frac{\partial F(\mathbf{s}^p)}{\partial \mathbf{s}^p} = \lambda \mathbf{s}^p, \quad (4a)$$

oraz warunki Kuhna-Tuckera

$$F(\mathbf{s}^p) \leq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \lambda F(\mathbf{s}^p) = 0, \quad (4b)$$

gdzie  $\lambda$  jest poszukiwanym mnożnikiem Lagrange'a.

Wykorzystanie relacji (1÷4) pozwala na uzyskanie jawnej postaci relacji fizycznych modelu materiału Szwedowa. Procedura wyprowadzania związków konstytutywnych ciał wykazujących własności plastyczne z zastosowaniem metod mechaniki niegładkiej została opisana w [6]. Otrzymano następujące związki opisujące zachowanie się materiału w podprzestrzeni dewiatorowej

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \mathbf{s}^p + \mathbf{s}^{ve}, \\ \mathbf{s}^p &= 2G_1(\mathbf{e} - \mathbf{e}^{evp}) - \mathbf{s}^{ve}, \\ \mathbf{s}^{ve} &= 2G_2(\mathbf{e}^{evp} - \mathbf{e}^v), \\ \dot{\mathbf{e}}^v &= \mathbf{f}^v(\mathbf{e}^v, \mathbf{e}^{evp}), \\ \dot{\mathbf{e}}^{evp} &= \mathbf{f}^{evp}(\mathbf{e}^{evp}, \mathbf{e}^{ve}, \mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}). \end{aligned} \quad (5a)$$

Wartości odwzorowań  $\mathbf{f}^v$  i  $\mathbf{f}^{evp}$  mają postać:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^v(\mathbf{e}^v, \mathbf{e}^{evp}) &= \frac{G_2}{\eta}(\mathbf{e}^{evp} - \mathbf{e}^v), \\ \mathbf{f}^{evp}(\mathbf{e}^{evp}, \mathbf{e}^{ve}, \mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) &= \begin{cases} \mathbf{0} & \text{gdyn } \|\mathbf{s}^p\| < \sqrt{2}k \\ \lambda \mathbf{s}^p & \text{gdyn } \|\mathbf{s}^p\| = \sqrt{2}k \end{cases} \end{aligned} \quad (5b)$$

gdzie wartość mnożnika Lagrange'a otrzymujemy z równania

$$\lambda = \frac{1}{4k^2(G_1 + G_2)} \left[ 2G_1 \mathbf{s}^p \cdot \dot{\mathbf{e}} + \frac{G_2}{\eta} \mathbf{s}^{ve} \cdot \mathbf{s}^p \right]^+, \quad (5c)$$

jeśli funkcja  $[\cdot]^+$  oznacza projekcję na zbiór liczb dodatnich.

Układ nieliniowych relacji algebraiczno-różniczkowych (5) pozwala na wyznaczenie stanu naprężenia  $\mathbf{s}$  oraz zmiennych wewnętrznych  $\mathbf{s}^p$ ,  $\mathbf{s}^{ve}$ ,  $\mathbf{e}^{evp}$  i  $\mathbf{e}^{ve}$ , w każdej chwili  $t$ , przy znanym wymuszeniu kinematycznym  $\mathbf{e}(t)$ . Oczywiście, niektóre parametry wewnętrzne można wyeliminować, jeśli interesuje nas tylko analiza stanu naprężenia.

Łatwo widać, że przy  $G_2 = 0$ , relacje (5) opisują model materiału sprężysto-idealnie plastycznego, niewrażliwego na prędkość deformacji (związki Prandtla-Reussa) [7, 9]. Dodatkowo

można wykazać, iż podstawienie  $\eta \rightarrow \infty$  prowadzi do związków materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem kinematycznym wg propozycji Pragera [11].

### 3. CAŁKOWANIE RELACJI KONSTITUTYWNYCH W ZAKRESIE UMIARKOWANIE DUŻYCH DEFORMACJI

Związki konstytutywne sprężysto-lepkoplastycznego materiału Szwedowa, podane w poprzednim rozdziale, obowiązują dla małych odkształceń. Uogólnienie tych relacji na przypadek umiarkowanie dużych odkształceń i skończonych obrotów może być dokonane po przyjęciu dodatkowych założeń upraszczających.

Zakładamy, że odkształcenia objętościowe ciała, zarówno w zakresie sprężystym jak i sprężystolepkoplastycznym, są małe. Dzięki spełnieniu warunku nieściśliwości nie zachodzi konieczność rozróżniania miar naprężenia. Relacje konstytutywne można wówczas zapisywać posługując się tensorem naprężenia Cauchy'ego  $\sigma$ .

Analiza dużych deformacji objętościowych wymagałaby zastosowania - do opisu relacji konstytutywnych - tensora naprężeń Kirchhoffa (Treffza)  $\tau$ , w miejsce  $\sigma$ . Związek pomiędzy obydwoimi miarami naprężeń ma formę

$$\tau = J\sigma, \text{ gdzie } J = \det \mathbf{F}. \quad (6)$$

Koncepcja uogólnienia związków sprężysto-lepko-plastyczności na duże deformacje związana jest z zastąpieniem addytywnej dekompozycji odkształceń, tzw. rozkładem multiplikatywnym [9], zgodnie ze wzorem

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^{evp}, \quad (7)$$

gdzie  $\mathbf{F}^e$  i  $\mathbf{F}^{evp}$  oznaczają odpowiednio gradient deformacji sprężystych i sprężystolepkoplastycznych.

Można wykazać, że równanie (7) prowadzi do addytywnej dekompozycji tensora prędkości deformacji  $\mathbf{D}$ , jeśli założymy, że odkształcenia sprężyste są małe w porównaniu ze sprężystolepkoplastycznymi. Otrzymujemy wówczas związek

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^{evp}, \text{ gdzie } \mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T), \quad (8)$$

w którym  $\mathbf{L}$  oznacza tzw. gradient prędkości.

Tensor prędkości deformacji opisuje jedynie prędkości (przyrosty) wydłużeń włókien materialnych. W przypadku sztywnego obrotu jego wartość wynosi  $\mathbf{0}$ , dlatego może on być wykorzystany w relacjach konstytutywnych, które muszą być niezależne od sztywnego obrotu.

W przypadku teorii małych odkształceń związki konstytutywne można przedstawić w formie nieliniowego równania różniczkowego wiążącego prędkości naprężeń  $\dot{\sigma}$  z prędkościami odkształceń  $\dot{\epsilon}$ . Na podstawie powyższych rozważań można uogólnić te relacje, wstawiając w miejsce  $\dot{\epsilon}$ , gradient prędkości deformacji  $\mathbf{D}$ . Wielkość  $\dot{\sigma}$  jest pochodną materialną tensora naprężenia Cauchy'ego. Można dowieść, iż  $\dot{\sigma}$  nie jest obiektywne, gdyż przy zmianie obserwatora nie podlega prawu transformacji tensora 2. rzędu. W miejsce  $\dot{\sigma}$  należy wprowadzić tzw. pochodną obiektywną stanu naprężenia. Najczęściej wykorzystuje się tzw. pochodną Zaremby-Jaumanna  $\sigma^{\nabla}$ , która opisuje prędkość zmiany tensora naprężenia z punktu widzenia obserwatora znajdującego się

we współobrotowym układzie współrzędnych. Zatem  $\boldsymbol{\sigma}^\nabla$  przedstawia przyrost naprężenia, który jest wynikiem tylko odpowiedzi konstytutywnej i nie wynika ze sztywnego obrotu. Pochodną Zremby-Jaumanna definiujemy następująco

$$\boldsymbol{\sigma}^\nabla := \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma} \mathbf{W} - \mathbf{W} \boldsymbol{\sigma}, \text{ gdzie } \mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T), \quad (9)$$

jeśli  $\mathbf{W}$  oznacza tensor spinu (antysymetryczna część  $\mathbf{L}$ ).

Zatem relację konstytutywną można formułować pomiędzy gradientem prędkości deformacji  $\mathbf{D}$  oraz pochodną obiektywną tensora naprężenia  $\boldsymbol{\sigma}^\nabla$ .

Poniżej przedstawiamy ideę algorytmu, który pozwala na określenie wartości tensora naprężenia Cauchy'ego  $\boldsymbol{\sigma}$ , w nieruchomym, materialnym układzie współrzędnych, na podstawie znajomości gradientu deformacji  $\mathbf{F}$  i jego prędkości  $\dot{\mathbf{F}}$ . Dodatkowo przyjmujemy zerowe warunki początkowe dla zmiennych wewnętrznych  $\mathbf{s}^p$  i  $\mathbf{s}^{ve}$  oraz tensora naprężenia  $\boldsymbol{\sigma}$ .

Algorytm zawiera się w następujących punktach:

a) wyznaczyć gradient prędkości na podstawie relacji

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1}, \quad (10)$$

b) wyznaczyć wartość tensora prędkości deformacji i tensora spinu

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T), \quad \mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T), \quad (11)$$

c) określić wartość tensora deformacji sprężysto-lepkoplastycznych na podstawie relacji konstytutywnej

$$\mathbf{D}^{evp} = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{gdy } \|\mathbf{s}^p\| < \sqrt{2}k \\ \lambda \mathbf{s}^p & \text{gdy } \|\mathbf{s}^p\| = \sqrt{2}k \end{cases} \quad (12)$$

$$\lambda = \frac{1}{4k^2(G_1 + G_2)} \left[ 2G_1 \mathbf{s}^p \cdot \mathbf{D} + \frac{G_2}{\eta} \mathbf{s}^p \cdot \mathbf{s}^{ve} \right]^+$$

d) obliczyć pochodne obiektywne dewiatora naprężeń lepkosprężystych  $(\mathbf{s}^{ve})^\nabla$ , dewiatora naprężeń plastycznych  $(\mathbf{s}^p)^\nabla$  oraz tensora całkowitych naprężeń  $\boldsymbol{\sigma}^\nabla$

$$(\mathbf{s}^{ve})^\nabla = 2G_2 \left( \mathbf{D}^{evp} - \frac{1}{2\eta} \mathbf{s}^{ve} \right); \quad (\mathbf{s}^p)^\nabla = 2G_1 (\mathbf{D} - \mathbf{D}^{evp}) - (\mathbf{s}^{ve})^\nabla, \quad (13a)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^\nabla = K \operatorname{tr}(\mathbf{D}) \mathbf{I} + (\mathbf{s}^{ve})^\nabla + (\mathbf{s}^p)^\nabla, \quad (13b)$$

e) wyznaczyć pochodne materialne tensora naprężenia, dewiatora naprężenia plastycznego i dewiatora naprężenia lepkosprężystego

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}^\nabla - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{W} + \mathbf{W} \boldsymbol{\sigma}, \quad \dot{\mathbf{s}}^p = (\mathbf{s}^p)^\nabla - \mathbf{s}^p \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{s}^p, \quad \dot{\mathbf{s}}^{ve} = (\mathbf{s}^{ve})^\nabla - \mathbf{s}^{ve} \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{s}^{ve}, \quad (14)$$

f) całkując  $\dot{\sigma}$ ,  $\dot{s}^p$  i  $\dot{s}^{ve}$ , obliczyć wartości tensorów naprężenia w materialnym układzie współrzędnych; sprawdzić warunek plastyczności względem tensora naprężeń plastycznych  $F(\mathbf{s}^p) \leq 0$ ; w przypadku gdy  $F(\mathbf{s}^p) > 0$ , dokonać korekty stanu naprężenia stosując algorytm „rzutu po promieniu” [3, 5].

Należy podkreślić, że opisany algorytm ideowy jest słuszny jedynie po przyjęciu założeń upraszczających, o których pisaliśmy na początku rozdziału. W innym przypadku powinno się konsekwentnie stosować rozkład multiplikatywny dany wzorem (7) oraz przyjmować związki hipersprężystości do opisanego zachowania się materiału przed uplastycznieniem [2].

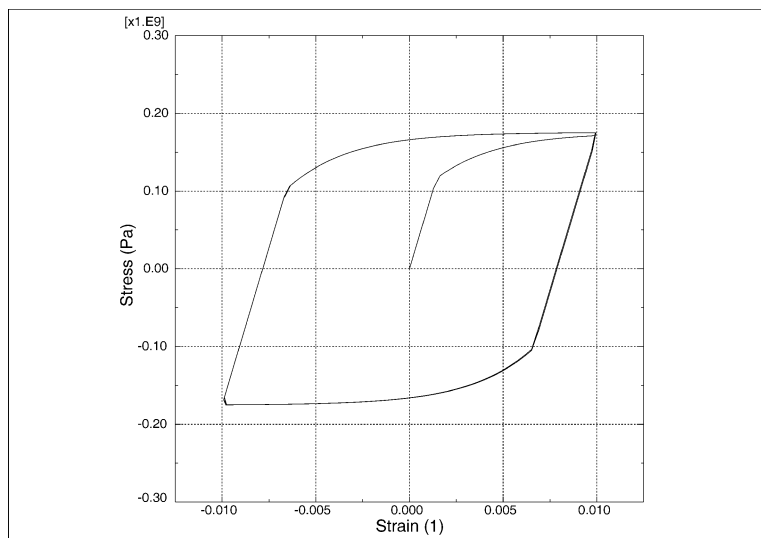
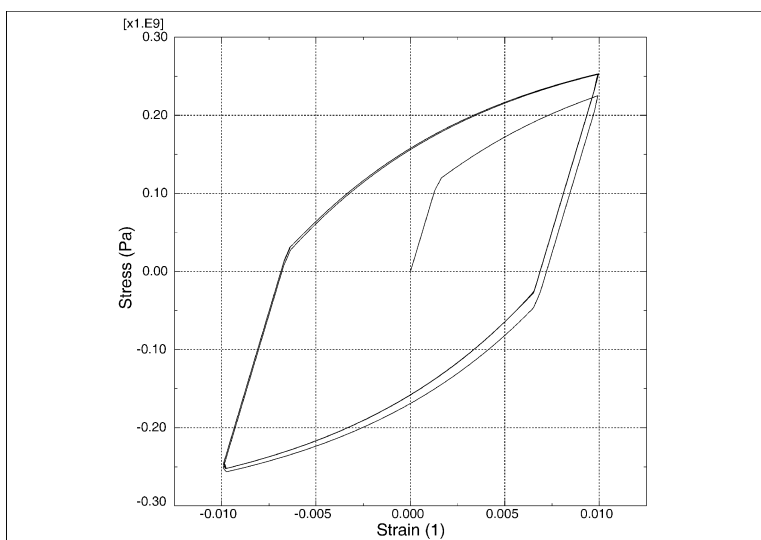
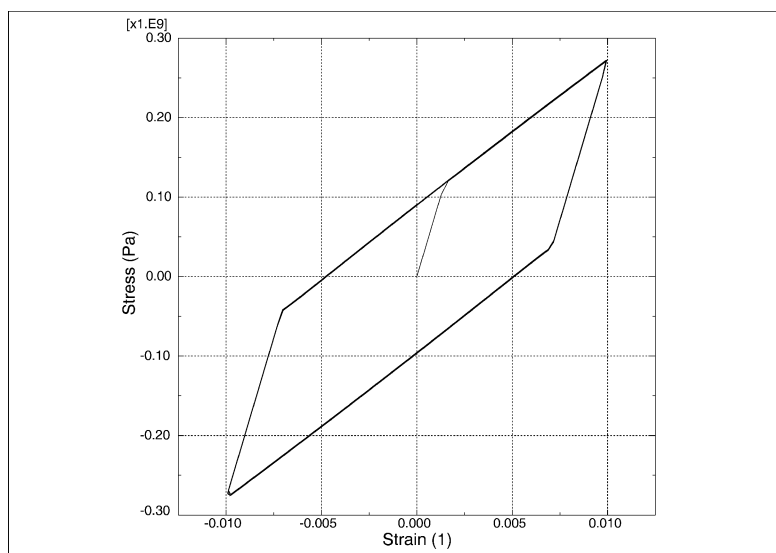
W przedstawionym algorytmie wykorzystujemy efektywnie jawną postać relacji konstytutywnych. Naprężenie obliczone za pomocą tych związków (metoda Eulera „w przód”), pełni rolę naprężenia próbnego. Korekta obejmuje tylko naprężenia w części plastycznej. Ten etap jest trywialny, gdyż dzięki wprowadzeniu schematu reologicznego potrafimy wydzielić tę część. W przypadku powszechnie stosowanych algorytmów wykorzystuje się ideę lepkoplastycznej powierzchni granicznej, która ewoluuje w trakcie deformacji ośrodka. Wówczas rzut na zbór dopuszczalnych naprężeń musi być dokonany z wykorzystaniem niejawnego algorytmu (np. Newtona-Raphsona).

#### 4. WYNIKI ANALIZY NUMERYCZNEJ

W niniejszym punkcie przedstawiamy wyniki obliczeń numerycznych zachowania się materiału opisywanego relacjami Szwedowa. Model matematyczny został wprowadzony do systemu ABAQUS za pośrednictwem procedury VUMAT, w której należało zaprogramować algorytm omówiony w poprzednich punktach.

W przykładzie testowym badamy zachowanie się pojedynczego, trójwymiarowego elementu skończonego C3D8 [1], poddanego cyklicznemu ścinaniu, które było wymuszane kinematycznie. Rozpatrzono wpływ stałej lepkości na kształt pętli histerezy. Przyjęte wartości parametru lepkości postaciowej  $\eta$  wynoszą (trzy testy): 1,0 [MPa·s], 5,0 [MPa·s] i 100,0 [MPa·s]. Pozostałe wielkości materiałowe mają te same wartości w trzech testach:  $\rho = 7800$  [kg/m<sup>3</sup>],  $E_1 = 210$  [GPa],  $E_2 = 0,3 \cdot E_1$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $\sigma_0 = 200$  [MPa]  $\Rightarrow k = 115,47$  [MPa]. Wartość granicy plastyczności  $k$ , obliczono, wykorzystując znaną relację  $k = \sigma_0 / \sqrt{3}$ , wynikającą z warunku HMM, gdzie  $\sigma_0$  oznacza granicę plastyczności z testu rozciągania/ściskania. Podobnie na podstawie przyjętych wartości modułów Younga  $E_1$  i  $E_2$  oraz współczynnika Poissona  $\nu$ , łatwo wyznaczamy moduły ścinania (patrz rys. 1), gdyż zachodzi zależność  $G = E / 2 / (1 + \nu)$ .

Wykresy zamieszczone na rys. 2÷4 pokazują poprawność zaproponowanego algorytmu. Łatwo zauważyć, że, stosując sformułowane relacje, można wiernie odzwierciedlić zjawisko nieliniowego wzmocnienia w szerokim zakresie parametrów opisujących wrażliwość materiału na prędkość deformacji. We wszystkich przeprowadzonych symulacjach nie zachodziła konieczność przyjęcia dodatkowego podziału kroku czasowego w stosunku do wartości obliczonej automatycznie przez system ABAQUS. Oczywiście, przy małych wartościach stałej lepkości może dojść do utraty zbieżności, co związane jest z faktem, iż struktura wyprowadzonych związków nie pozwala na uzyskanie przejścia granicznego do idealnej plastyczności [10, 14]. Powyższa uwaga dotyczy również modeli materiałów standardowo zaimplementowanych w wykorzystanym systemie MES [1].

Rys. 2. Pętla histerezy materiału Szwedowa dla  $\eta = 1,0$  [MPa·s]Rys. 3. Pętla histerezy materiału Szwedowa dla  $\eta = 5,0$  [MPa·s]Rys. 4. Pętla histerezy materiału Szwedowa dla  $\eta = 100,0$  [MPa·s]

## LITERATURA

1. ABAQUS/Explicit User's Manual Ver. 6.7. Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., 2007.
2. Bertram A.: Elasticity and plasticity of large deformations : an Iitroduction. Berlin : Springer, 2005.
3. Crisfield M.A.: Non-linear finite element analysis of solids and structures. Vol. I and II. John Wiley & Sons, 1991.
4. Cristescu N.D.: Dynamic plasticity. New York :World Scientific Publishing Company, 2007.
5. De Souza Neto E.A., Perić D., Owen D.R.J.: Computational methods for plasticity. "Theory and Applications" Wiley, 2008.
6. Grzesikiewicz W., Wojewódzki W., Zbiciak A.: Non-smooth dynamic problem formulation for elastic-perfectly plastic solid. W : XI konferencja polsko-ukraińska "Theoretical Foundations of Civil Engineering". Warszawa 2003, s. 339 – 350..
7. Khan A. S., Huang S.: Continuum theory of plasticity. New York: Wiley, 1995.
8. Kisiel I. Reologia w budownictwie. Warszawa :Arkady, 1967.
9. Lubarda V. A., Elastoplasticity theory. CRC, Boca Raton 2002.
10. Nguyen Q. S.: Stability and nonlinear solid mechanics. John Wiley and Sons, Ltd., 2000.
11. Ottosen N.S., Ristinmaa M.: The mechanics of constitutive modeling. Elsevier, 2005.
12. Panagiotopoulos P.D.: Inequality problems in mechanics and applications. Convex and Nonconvex Energy Functions. Basel: Birkhauser, 1985.
13. Simo J. C., Hughes T. J. R.:Computational inelasticity. New York :Springer – Verlag, 1998.
14. Temam R.: Mathematical problems in plasticity. Paris :BORDAS, 1985.

## CONSTITUTIVE RELATIONSHIPS OF ELASTIC-VISCOPLASTIC SHVEDOV-TYPE MATERIAL MODEL

Summary. The objective of the paper is to present constitutive relationships of elastic-viscoplastic material model based on classical Shvedov-type rheological scheme. Both small-strain model as well as the model suited for moderate and large strain simulation were discussed. The proposed relations may be used for modelling of cyclic behaviour of metallic alloys. The constitutive relationships being obtained herein, were programmed within VUMAT user material module of the FEM ABAQUS/Explicit software. Numerical results of hysteretic behaviour of Shvedov-type material were also presented.