

ADAPTACJA TYPOWYCH ZWIĄZKÓW KONSTITUTYWNYCH DLA STALI DO OPISU WŁAŚCIWOŚCI SPECJALNYCH STRUKTUR GRANULOWANYCH

ROBERT ZALEWSKI

Institut Podstaw Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej
e-mail: robertzalewski@wp.pl

Streszczenie. Niniejsza praca jest kolejnym etapem rozważań dotyczących innowacyjnych struktur „semiinteligentnych”, zbudowanych na bazie materiałów granulowanych. Omówiono możliwość zastosowania typowych równań konstytutywnych, zbudowanych dla metali do opisu zachowania granulowanych konglomeratów poza zakresem ich sprężystych odkształceń. Dwa typowe modele lepkoplastyczne (Bodnera-Partoma oraz Chaboche’a) zostały zidentyfikowane na podstawie otrzymanych wyników badań eksperymentalnych.

1. WSTĘP

Specjalne struktury granulowane, budowane na bazie luźnego granulatu, umieszczonego w szczelnej przestrzeni, w której generuje się podciśnienie wewnętrzne, są pod pewnymi względami materiałami innowacyjnymi. Ich podstawowymi zaletami są:

- możliwość formowania praktycznie dowolnych kształtów z miękkiej, plastycznej masy (przy ciśnieniu atmosferycznym), oraz ich „zamrażania” za pomocą zadania odpowiedniej wartości podciśnienia,
- kontrolowana zmiana globalnych właściwości fizycznych za pomocą parametru podciśnienia.

Szczegółowe omówienie podstawowych cech charakterystycznych dla specjalnych struktur granulowanych można odnaleźć w pracach [1], [2] lub [3].

Na szczególną uwagę zasługuje fakt, że w literaturze światowej brak jest jednoznacznych standardów dotyczących badań granulowanych konglomeratów.

Należy także pamiętać, że głównym elementem tytułowych specjalnych struktur jest luźny materiał granulowany. Sam ten fakt sprawia, że przed przystąpieniem do procesu modelowania odpowiedzi materiału na zadane obciążenia zewnętrzne należy dokonać pewnych podstawowych założeń.

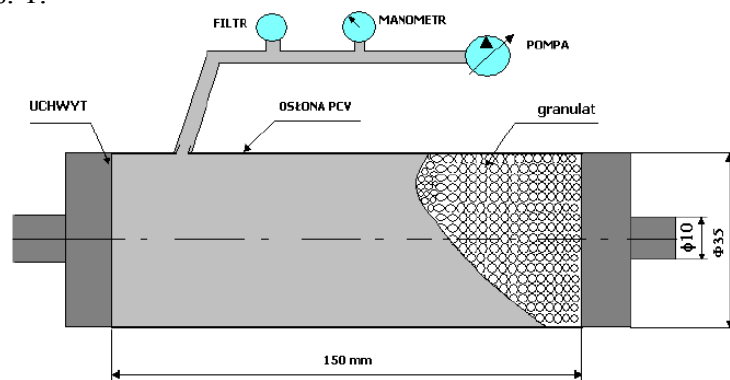
W niniejszej pracy przyjęto więc, że materiał granulowany, umieszczony w szczelnej przestrzeni, z której następnie wypompowuje się część powietrza wytwarzając tzw. podciśnienie, posiada cechy typowe dla lepkoplastycznych ciał stałych.

Podążając za tak przyjętą tezą, w dalszej kolejności konsekwentnie założono, że istnieje możliwość opisu nieliniowych właściwości mechanicznych rozważanych struktur za pomocą lepkoplastycznych modeli konstytutywnych, budowanych dla wybranej grupy metali.

Z szerokiej grupy literaturowych praw konstytutywnych dla lepkoplastycznych ciał stałych na potrzeby pracy wybrano dwa modele: Chaboche'a [4] oraz Bodnera – Partoma [5]. Wybór taki wydaje się być uzasadniony ze względu na uniwersalność wspomnianych modeli. Np. w pracy [6] użyto wspomnianych praw do opisu nieliniowych właściwości tkanin tekstylnych typu *PANAMA*. W innej pracy, [7] z powodzeniem zastosowano model Bodnera-Partoma do opisu nieliniowych właściwości polimerów.

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

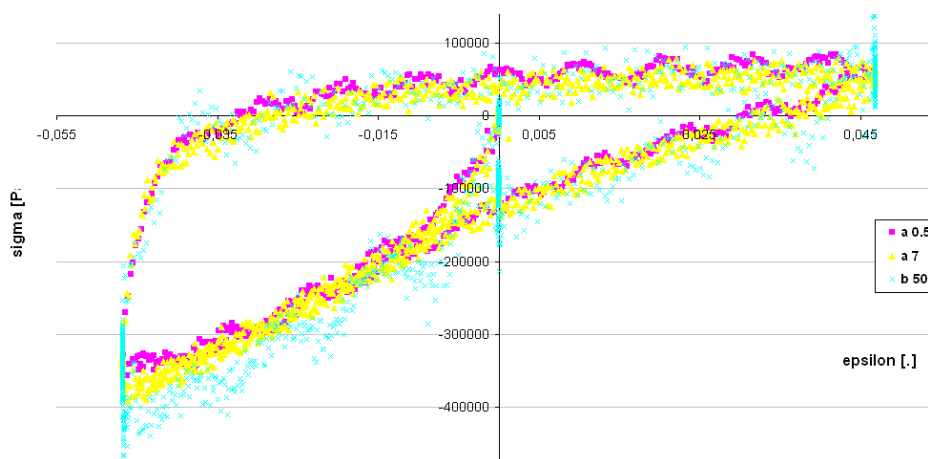
Do testów jednoosiowych, przeprowadzonych na klasycznej maszynie wytrzymałościowej MTS 809, przygotowano specjalną cylindryczną próbkę. Jej schemat konstrukcyjny zamieszczono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat konstrukcyjny próbki struktury granulowanej

Próbkę wypełniono granulem ABS. Zastosowano najniższy zakres pomiarowy maszyny wytrzymałościowej. Prędkość przesuwu trawersy w testach laboratoryjnych, przeprowadzonych na potrzeby pracy, wynosiła 0,5 mm/min. Struktury granulowane, podobnie do innych materiałów wykazujących cechy lepkoplastyczne, wykazują zmienne właściwości mechaniczne w zależności od zadanej prędkości odkształcenia.

Przykładowe charakterystyki materiałów granulowanych, uzyskane dla różnych wartości prędkości odkształcenia zilustrowano na rys. 2.

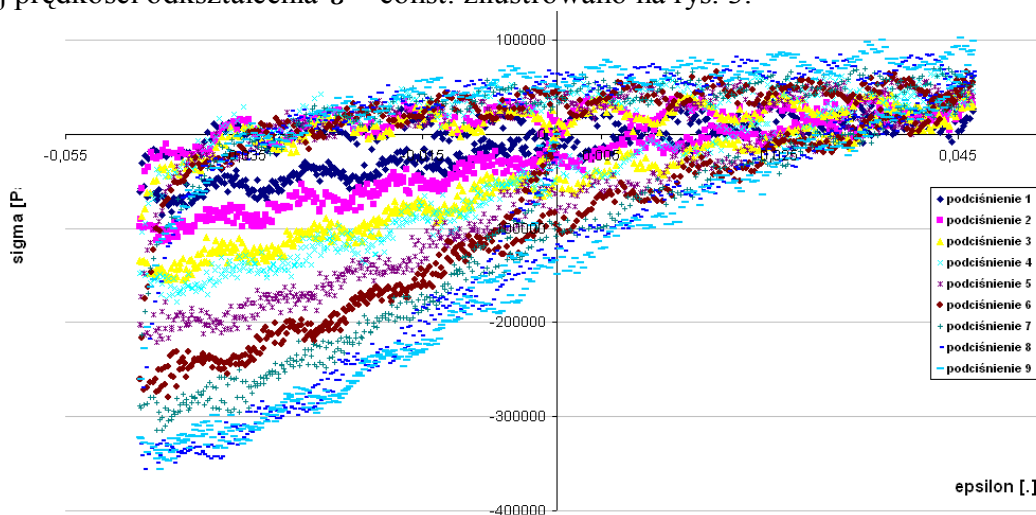


Rys. 2. Wyniki eksperymentalne dla próbki ABS przy podciśnieniu $p=0,08$ MPa, dla różnych wartości prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon} = \text{var}$.

Dane zilustrowane na rys. 2 potwierdzają wrażliwość specjalnych struktur granulowanych na wartość zadanej prędkości odkształcenia. Dla większych wartości tego parametru zaobserwowano wzrost pola powierzchni charakterystyk materiałowych, otrzymanych dla cyklicznego obciążania próbki.

Charakterystyczną cechą rozważanych materiałów jest także asymetria wspomnianych charakterystyk. Granulowane konglomeraty wykazują wyraźne różnice w rejestrowanych eksperymentalnie właściwościach mechanicznych w zależności od kierunku zadane go obciążenia.

Prawidłowość ta jest obserwowana niezależnie od zadanej wartości podciśnienia. Typowe wyniki prób cyklicznego obciążania próbek granulowanych dla różnych wartości podciśnienia i stałej prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon} = \text{const.}$ zilustrowano na rys. 3.



Rys. 3. Wyniki eksperymentalne próbki ABS dla pełnej gamy podciśnień i prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon} = \text{const.}$

Zmiana wartości parametru podciśnienia powoduje wyraźne zmiany charakterystyk dyssypacyjnych specjalnych struktur granulowanych. Siła niezbędna do odkształcenia próbki o $\Delta = -7$ mm, przy podciśnieniu $p_1=0,01$ MPa jest ponad sześć razy mniejsza niż analogiczna, zarejestrowana dla $p_2=0,09$ MPa.

Szczegółowy opis zmian właściwości fizycznych struktur granulowanych pod wpływem zmiennej wartości podciśnienia przedstawiony jest w pracy [1].

3. MODELOWANIE

Do poznania i opisu podstawowych zjawisk zachodzących w materiałach najbardziej przydatne są odpowiednie modele konstytutywne [8], [9], [10]. Pozwalają one na możliwie wierne odwzorowywanie wielu czynników i procesów materiałowych, jak np. plastyczne płynięcie, w którym to zjawisku uwzględnia się, m. in. określenie zachowań materiału podczas obciążeń dynamicznych, nieliniową i anizotropową pamięć, efekty termiczne itd..

Obserwowany szybki rozwój technik komputerowych, w tym metod matematycznych w szczególności, spowodował, że w opisie właściwości materiałowych można uwzględnić również wiele zagadnień, które charakteryzują się nieliniowościami. Dzięki temu, poza klasycznymi metodami liniowymi, w opisie tych własności coraz częściej odwzorowywane są wstępne niedokładności kształtu, obciążenia złożone, sprężysto-nieliniowe własności

materiałów, formy przejściowe od momentu pojawienia się odkształceń plastycznych do chwili całkowitego wyczerpania nośności itd..

W prezentowanej pracy, do opisu własności materiałowych struktur utworzonych z granulatów umieszczonych w szczelnej przestrzeni, z wytworzonym wewnątrz podciśnieniem, skupiono się głównie na efektach mechanicznych bez uwzględniania wpływu zjawisk termicznych na własności rozpatrywanych układów. Wzięto pod uwagę dodatkowo wpływ wzmocnień materiałowych oraz zjawiska lepkie (w skali makro) występujące w granulowanych systemach.

Skomplikowany charakter równań konstytutywnych, nawet po pewnych uproszczeniach ([1]), sprowadza się najczęściej do poszukiwania efektywnych algorytmów numerycznych w celu określenia ich parametrów materiałowych. W prezentowanej pracy pominięto opis metodyki identyfikacji wybranych modeli. Proces ten jest dość skomplikowany i był niejednokrotnie tematem prac naukowych (np. [1], [7] lub [9]).

Dla potrzeb niniejszej pracy wykorzystano analityczno-numeryczną metodę wyznaczenia stałych materiałowych modeli Chaboche'a i Bodnera-Partoma, zaprezentowane w pracy [1] oraz [9].

3.1. Model Chaboche'a

Obszerny opis modelu Chaboche'a został przedstawiony w pracy [9]. Występująca w nim prędkość plastycznego płynięcia jest formułowana jako zależność

$$\dot{\mathbf{E}}^I = \frac{2}{3} \cdot \dot{p} \cdot \frac{\mathbf{S}' - \mathbf{X}'}{J(\mathbf{S}' - \mathbf{X}')}, \quad (1)$$

gdzie: $\dot{\mathbf{E}}^I$ prędkość odkształcenia plastycznego w formie tensorowej, \dot{p} - zakumulowana prędkość odkształcenia, \mathbf{S}' - dewiator tensora naprężenia oraz \mathbf{X}' - funkcja wzmocnienia kinematycznego. Wartość wyrażenia opisującego akumulowaną prędkość odkształcenia plastycznego wyraża się jako:

$$\dot{p} = \eta \cdot \left\langle \frac{J(\mathbf{S}' - \mathbf{X}') - R - k}{K} \right\rangle^{\frac{1}{m}}, \quad (\eta = 1,0 \text{ 1/s}), \quad (2)$$

gdzie: $1/m = n$ jest współczynnikiem lepkości, k - granica plastyczności, K - funkcja wytrzymałości plastycznej, R - funkcja wzmocnienia izotropowego, symbol J oznacza niezmiennik.

Rozpatrując przypadek jednoosiowego obciążenia, możemy zapisać równanie (1) w formie:

$$\dot{\varepsilon}^I = \eta \cdot \left\langle \frac{|\sigma - X| - R - k}{K} \right\rangle^n \cdot \text{sgn}(\sigma - X), \quad (3)$$

$$\dot{X} = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \dot{\varepsilon}^I - c \cdot X \cdot |\dot{\varepsilon}^I|, \quad (4)$$

$$\dot{R} = b \cdot (Q - R) \cdot |\dot{\varepsilon}^I|. \quad (5)$$

gdzie: a , c , b , Q są odpowiednio parametrami funkcji wzmocnienia kinematycznego i izotropowego.

Ostatecznie model Chaboche'a przybiera następującą postać:

$$\sigma = k + \frac{2}{3} \frac{a}{c} [1 - \exp(-c\varepsilon^I)] + Q [1 - \exp(-b\varepsilon^I)] + K\varepsilon^{1m}. \quad (6)$$

Zawiera on osiem stałych materiałowych (a , c , E , k , Q , b , K , m), których wartości należy estymować. Niektóre z nich można otrzymać na podstawie odpowiednich eksperymentów badawczych, inne wymagają zastosowania metod identyfikacyjnych.

3.2. Model Bodnera-Partoma

Rozpatrując, podobnie jak w poprzednim przykładzie, przypadek jednoosiowego naprężenia, możemy przedstawić model Bodnera-Partoma za pomocą następujących równań:

$$\dot{\varepsilon}^I = \frac{2}{\sqrt{3}} D_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R+D}{\sigma} \right)^{2n} \frac{n+1}{n} \right] \operatorname{sgn}(\sigma), \quad (7)$$

$$R = R_1 \left[1 - \exp(-m_1 W^I) \right] + R_0 \exp(-m_1 W^I), \quad (8)$$

$$D = D_1 \left[1 - \exp(-m_2 W^I) \right], \quad (9)$$

gdzie R oznacza funkcję opisującą wzmocnienie izotropowe materiału, D jest funkcją związaną ze wzmocnieniem kinematycznym. Dodatkowo występujące we wzorach (7-9) parametry $D_0, D_1, R_0, R_1, m_1, m_2, n$ są stałymi materiałowymi, których wartości należy wyznaczyć na podstawie wyników uzyskanych z odpowiednio przeprowadzonych badań laboratoryjnych. Wyrażenie $\dot{W}^I = \sigma \dot{\varepsilon}^I$ opisuje moc plastycznego wzmocnienia materiału. Wyrażenie (7) można także zapisać w postaci funkcjonału wiążącego naprężenie, zmienne związane z funkcjami wzmocnień materiałowych oraz prędkość odkształcenia plastycznego:

$$\frac{\sigma}{R+D} = f(\dot{\varepsilon}^I), \quad (10)$$

oraz

$$\frac{\sigma}{R+D} = \left[\frac{2n}{n+1} \ln \left(\frac{2D_0 \operatorname{sgn} \sigma}{\sqrt{3} \dot{\varepsilon}^I} \right) \right]^{-\frac{1}{2n}}. \quad (11)$$

Parametr D_0 , określający maksymalną wartość prędkości odkształcenia, zwyczajowo przyjmowany jest arbitralnie. Powołując się na [13] lub [14], jego wartości tablicowe dla statycznych i dynamicznych obciążeń przybierają odpowiednio wartości $D_0 = 10^4 \text{ s}^{-1}$ i $D_0 = 10^8 \text{ s}^{-1}$.

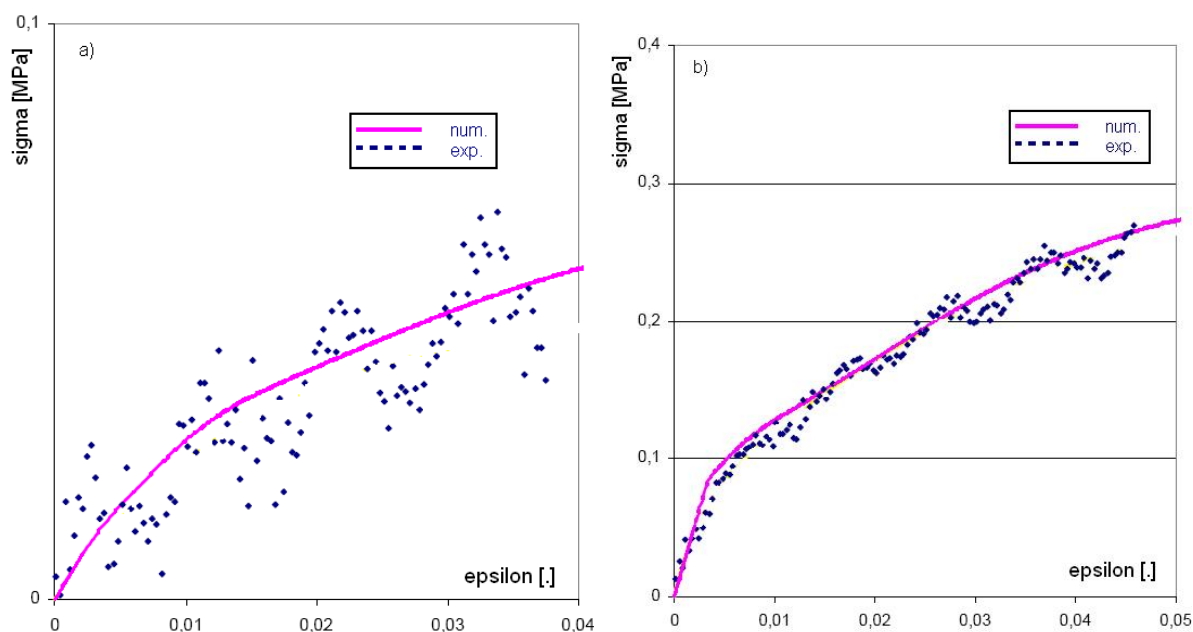
4. WYNIKI

Podstawową różnicą pomiędzy rozpatrywanymi modelami konstytutywnymi jest dziedzina odkształceń. W modelu Chaboche'a wyraźnie rozróżnia się zakres sprężystych i plastycznych odkształceń. Model Bodnera-Partoma opisuje całościowo proces odkształcenia materiału.

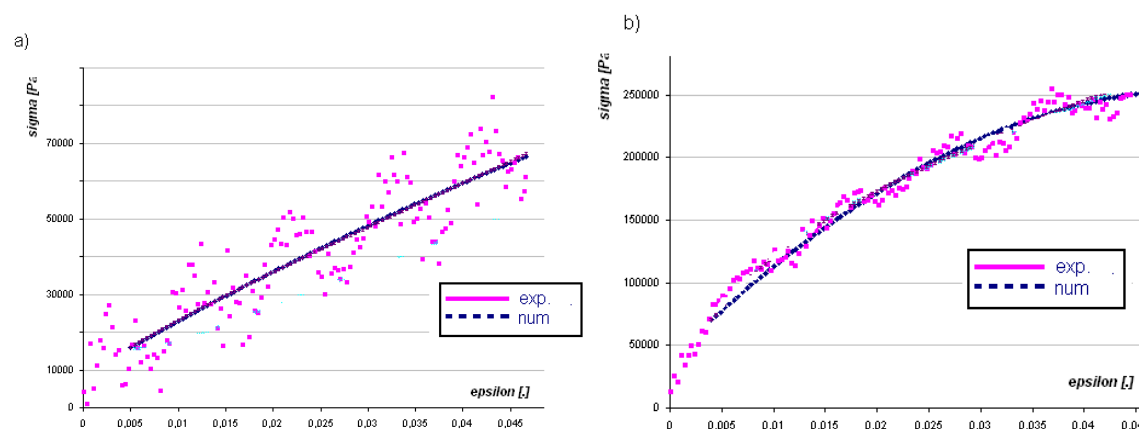
Na rys. 4 przedstawiono, na tle bezpośrednich rezultatów eksperymentalnych, wyniki symulacji numerycznych zachowania próbki materiałowej uzyskane z wykorzystaniem zidentyfikowanego modelu Bodnera-Partoma.

Analogiczne dane, otrzymane dla drugiego z zastosowanych w pracy modeli lepko plastycznych, zobrazowano na rys. 5.

Wartości stałych materiałowych zidentyfikowanych modeli Bodnera-Partoma i Chaboche'a umieszczono odpowiednio w tabelach 1 i 2.



Rys. 4. Weryfikacja wyników eksperymentalnych i numerycznych (model Bodnera-Partoma), dla próbki ABS, prędkości przesuwu trawersy $v=0,5$ mm/min oraz podciśnienia a) 0,01 MPa; b) 0,06 MPa.



Rys. 5. Weryfikacja wyników eksperymentalnych i numerycznych (model Chaboche'a), dla próbki ABS, prędkości przesuwu trawersy $v=0,5$ mm/min oraz podciśnienia a) 0,01 MPa; b) 0,06 MPa.

Tabela 1. Wartości parametrów materiałowych modelu Bodnera-Partoma

parametr/ podciśnienie	E MPa	D_0 MPa	n [-]	D_1 MPa	m_1 MPa ⁻¹	m_2 MPa ⁻¹	R_0 MPa	R_1 MPa
0,01 [MPa]	3,6	1e4	1,8e-1	1,1	1e3	3,4e4	1,1	3,6
0,06 [MPa]	2,5e1	1e4	1,06	1e-2	1,8e2	4,8e3	3,1e-1	1,0

Tabela 2. Wartości parametrów materiałowych modelu Chaboche'a

parametr/ podciśnienie	E N/m	k N/m	K N/m	m [-]	a N/m	c [-]	b [-]	Q N/m
0,01 [MPa]	1,8e6	9,8e3	1e6	0,56	1,7e5	2	2,5	1,2e6
0,06 [MPa]	1,3e7	3,5e4	2e7	0,86	2,4e6	5,8	0,08	3,6e7

5. PODSUMOWANIE

Z danych zaprezentowanych na rys. 4 i 5 wynika, że modele konstytutywne Bodnera-Partoma oraz Chaboche'a dobrze odzwierciedlają zachowanie próbek specjalnych struktur granulowanych w próbie jednoosiowego ściskania. Fakt ten potwierdza wspomnianą we wcześniejszej części pracy uniwersalność rozpatrywanych związków.

Różnice w rejestrowanej odpowiedzi materiału na zadane wymuszenie oraz otrzymanej charakterystyce numerycznej (rys. 4 a oraz 5 a) są głównie spowodowane dużą bezwładnością maszyny wytrzymałościowej MTS 809. Przy niskiej wartości podciśnień wewnętrznych, siły konieczne do realizacji zamierzonego odkształcenia są niewielkie ([1], [3]). Biorąc pod uwagę uśrednione wartości badań eksperymentalnych, uzyskane z wykorzystaniem procedur opisanych w pracy [1], zauważa się faktyczną zbieżność rezultatów doświadczalnych i modelowych.

Podstawowym problemem jest jednak modyfikacja lepkoplastycznych modeli, zbudowanych dla metali, polegająca na wprowadzeniu do równań konstytutywnych parametru podciśnienia. W pracy [1] podjęto taką próbę, wyznaczając uniwersalne związki łączące parametry materiałowe prawa Chaboche z wartością parametru podciśnienia wewnętrznego. Jednakże zastosowane w niej uproszczenia, polegające głównie na opieraniu się na badaniach eksperymentalnych, wykonanych na jednym typie próbki badawczej oraz wybranej, stałej wartości prędkości odkształcenia, nie pozwalają na jednoznaczne stwierdzenie dotyczące słuszności stawianych tam tez.

W celu pełniejszego opisu zjawisk zachodzących w strukturach granulowanych należy zdecydowanie rozszerzyć zakres prowadzonych eksperymentów badawczych nad specjalnymi strukturami granulowanymi. Jedynie kompleksowe badania laboratoryjne mogą dostarczyć bazy doświadczalnej umożliwiającej znalezienie nowych, bądź poprawną identyfikację istniejących równań konstytutywnych.

LITERATURA

1. Zalewski R.: Analiza właściwości mechanicznych struktur utworzonych z granulatów umieszczonych w przestrzeni z podciśnieniem. Rozprawa doktorska. Pol. Warszawska: Warszawa, 2005.
2. Zalewski R., Bajkowski J.: Wpływ podciśnienia na charakter zjawiska relaksacji naprężeń specjalnych struktur granulowanych w próbach jednoosiowego ściskania. „Modelowanie Inżynierskie” 2008, **35**, s. 147-154.
3. Bajkowski J., Zalewski R.: Experimental research of the influence of underpressure on force values acquired in granular beams bending tests. Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava Metallurgical Series, **1**, 2008, p. 179-186
4. Lemaitre J, Chaboche JL. Mechanics of Solid Materials. Cambridge University Press, 1990.
5. Bodner S. R., Partom Y.: Dynamic inelastic properties of materials. Part II - Representation of time-dependent characteristics of metals. Proc. 8th Cong. of ICAS. Amsterdam, 1972.
6. Zagubień A.: Badania laboratoryjne i identyfikacja niesprezystych właściwości materiałowych tkaniny powlekanej typu «Panama». Praca doktorska. Pol. Koszalińska 2002.
7. Pyrz M, Zairi F.: Identification of viscoplastic parameters of phenomenological constitutive equations for polymers by deterministic and evolutionary approach. „Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering” 2007;15, p. 85-103.
8. Chen W F. Constitutive equations for engineering materials. Elsevier Science B. V; 1994.

9. Woźnica K.: Dynamique des structures elasto-viscoplastique. Memoire d'habilitation a diriger des recherches. Lille: Universite des Sciences et Technologies de Lille, 1997.
10. Bodner S. R., Partom Y.: Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening materials. ASME, J. Appl. Mech., 1975, 42, p. 385-389.

ADAPTATION OF TYPICAL STEEL CONSTITUTIVE MODELS FOR SPECIAL GRANULAR STRUCTURES

Summary. Presented work is the next stage of considerations related to innovative semi-intelligent structures composed on the basis of granular materials. Loose granular material is initially placed in a hermetic elastomer envelope, where in the next step so called "underpressure" is generated. Such a treatment causes a nonlinear increase of "intermolecular" friction forces and in consequences to visible stiffening of the whole structure. In the paper typical experimental results carried on cylindrical samples of special granular structures are presented. Application of typical viscoplastic models for metals to description of special granular structures behavior over elastic range of deformations is discussed. Two typical viscoplastic constitutive models (Bodner-Partom and Chaboche) have been identified basing on acquired experimental data. Conducted numerical simulations confirmed correctness of the models response.