

## ANALIZA DOŚWIADCZALNA SZTYWNOŚCI KONTAKTOWEJ STYCZNEJ PŁASKICH POŁĄCZEŃ STYKOWYCH

MARIUSZ LEUS, PAWEŁ GUTOWSKI

*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny  
e-mail: mariusz.leus@ps.pl, pawel.gutowski@ps.pl*

Streszczenie. W pracy przedstawiono oryginalne stanowisko badawcze do badania sztywności kontaktowej styku w kierunku stycznym. Przedstawiono wyniki badań współczynników sztywności kontaktowej stycznej styku dla par ciernych stal–stal i stal–żeliwo w funkcji obciążenia styku w kierunku normalnym do jego powierzchni i w zależności od chropowatości powierzchni tworzących styk. Wyznaczone wartości tych współczynników wykorzystywane są w dynamicznych modelach tarcia Dahla i Duponta, za pomocą których autorzy prowadzą analizy symulacyjne wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym.

### 1. WPROWADZENIE

Każde połączenie kontaktowe, zarówno stałe, jak i ruchowe, charakteryzuje się określoną sztywnością styku zarówno w kierunku stycznym, jak i normalnym do jego powierzchni. Znajomość wartości współczynników sztywności kontaktowej decyduje o dokładności modelowania układów mechanicznych, w których takie połączenia występują. Przyjęcie błędnych wartości tych współczynników stanowi często główną przyczynę braku zgodności modelu z obiektem rzeczywistym. Problem ten pojawia się również w przypadku modelowania procesów tarcia przy użyciu tzw. dynamicznych modeli tarcia Dahla [7, 8], Duponta [9, 10], czy też tzw. modelu LuGre [6]. Wynika to z faktu, że w każdym z tych modeli występuje w postaci jawnej współczynnik sztywności kontaktowej stycznej styku ( $k_t$ ).

Teoretyczne i doświadczalne badania sztywności połączeń kontaktowych prowadzone są już od szeregu lat w różnych ośrodkach naukowo badawczych na świecie. Wiąże się to w dużej mierze z faktem, że w wielu urządzeniach właśnie połączenia kontaktowe w istotny sposób wpływają na ich statyczne i dynamiczne właściwości. Najczęściej cytowanymi pracami z tej dziedziny są prace Mindlina [16], Kirsanovej [14], Resetova i Kirsanovej [17], Leviny i Resetova [15] oraz Becka, Burdekina i Cowleya [2-5] i Fu i in. [11].

Analizując dostępną literaturę, widać, że znacznie więcej publikacji poświęconych jest badaniom właściwości styków w kierunku normalnym do ich powierzchni niż w kierunku stycznym. Niektórzy autorzy, np: Mindlin [16], Shoukry [18], Beck, Burdekin i Cowley [2-5], Attia i Kops [1], podają w swoich pracach związki wiążące sztywność styku w obu tych kierunkach. Związki te wyprowadzili oni przy pewnych założeniach odnośnie do materiałów, z których wykonane są elementy tworzące parę cierną, np. przy założeniu ich liniowej sprężystości i izotropowości i przy założeniu braku poślizgu między stykającymi się powierzchniami. Podane w ww. pracach związki jednak istotnie różnią się między sobą.

Stąd też wykorzystywanie ich do obliczania wartości współczynników sztywności styku w kierunku stycznym na podstawie znanych, wcześniej wyznaczonych, współczynników sztywności w kierunku normalnym wydaje się zbyt ryzykowne.

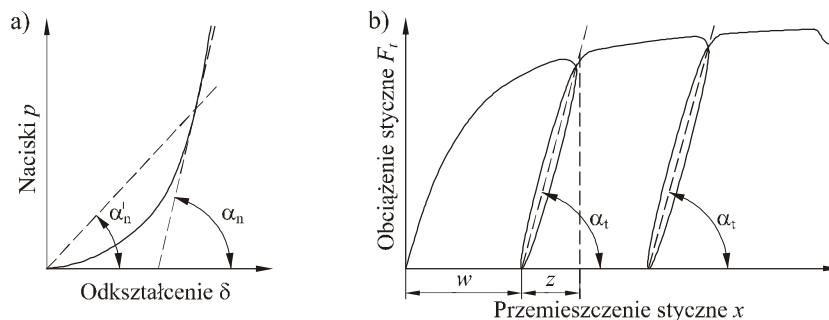
Doświadczalnie wyznaczone wartości współczynników podatności stycznej styku dla par ciernych wykonanych z różnych materiałów można znaleźć w niektórych dostępnych publikacjach, np. dla styków suchych par ciernych *stal–stal*, *stal–żeliwo*, ww. dane można znaleźć w pracy Grudzińskiego i in. [12]. Podane tam wartości odnoszą się jednak tylko do stosunkowo wąskiego przedziału nacisków normalnych (od  $p = 0.2 \text{ N/mm}^2$  do  $p = 1.0 \text{ N/mm}^2$ ) i do powierzchni o stosunkowo dużej chropowatości. Brak jest natomiast danych dla mniejszych nacisków normalnych i dla powierzchni gładszych – o mniejszej chropowatości.

Stąd też wobec braku odpowiednich danych literaturowych autorzy niniejszego artykułu stanęli przed koniecznością przeprowadzenia własnych badań sztywności kontaktowej stycznej styków, dla których prowadzą badania doświadczalne i analizy symulacyjne wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia.

W pracy przedstawione zostanie stanowisko badawcze oraz wybrane wyniki badań sztywności kontaktowej stycznej styku dla par ciernych *stal–stal* i *stal–żeliwo* w funkcji obciążenia styku w kierunku normalnym i w zależności od chropowatości powierzchni tworzących styk. Wyznaczone wartości tych współczynników wykorzystywane są przez autorów niniejszej pracy w dynamicznych modelach tarcia Dahla i Duponta, przy analizach symulacyjnych wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym [13].

## 2. PODATNOŚĆ STYCZNA STYKU

Właściwości sprężysto–plastyczne styku są inne w kierunku stycznym i inne w kierunku normalnym do powierzchni styku. Typowe charakterystyki podatnościowe połączenia stykowego w obu tych kierunkach przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Zależność odkształcenia styku od obciążenia: a) kierunek normalny, b) kierunek styczny

Przy równoczesnym obciążeniu styku w kierunku normalnym i stycznym, w przypadku cyklicznie zmiennych obciążeń stycznych i stałych obciążeń normalnych, przemieszczenia styczne  $x$  styku mają charakter sprężysto–plastyczny. Przy czym przy małych naciskach normalnych przemieszczenia plastyczne  $w$  (mikropoślizgi) wywołane obciążeniem stycznym występują praktycznie już od samego początku pierwszego obciążenia [12]. Całkowite przemieszczenia styczne  $x$  mogą więc być przedstawione jako suma przemieszczeń plastycznych  $w$  i sprężystych  $z$ :

$$x = w + z \quad (1)$$

Przy powtórnych obciążeniach przemieszczenia styczne mają już charakter sprężysty. Jednak zarówno krzywa odciążania, jak i krzywa powtórznego obciążania są nieliniowymi funkcjami obciążenia stycznego. Dokonując ich linearyzacji, można napisać:

$$z = e_t \cdot F_t \quad (2)$$

gdzie:  $e_t$  – współczynnik sprężystej podatności styku w kierunku stycznym,  $F_t$  – siła styczna.

Właściwości sprężyste styku w kierunku stycznym charakteryzuje współczynnik kontaktowej sztywności stycznej  $k_t$  definiowany za pomocą zależności:

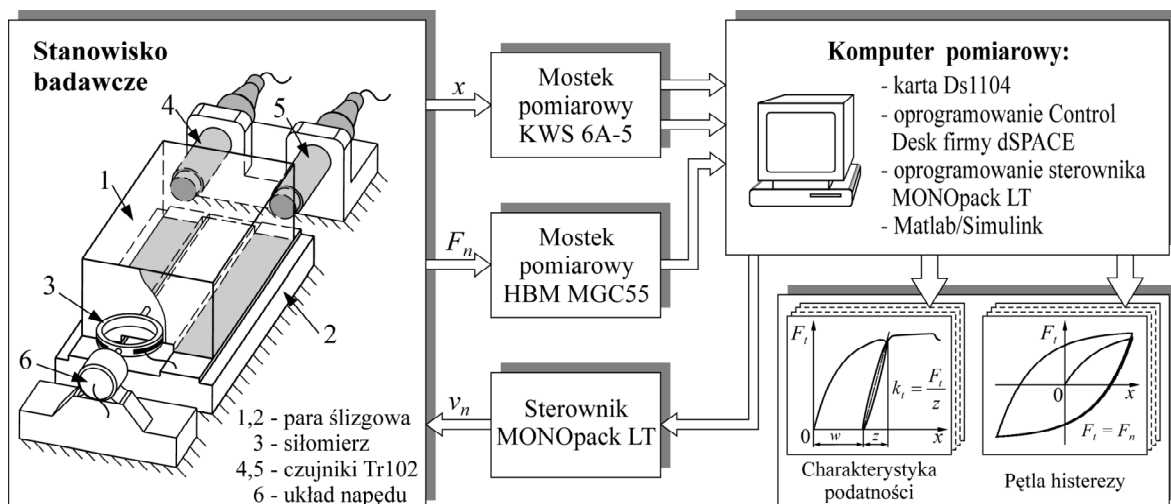
$$k_t = \frac{1}{e_t} = \frac{F_t}{z} \quad (3)$$

Właśnie ten współczynnik występuje w postaci jawnej w tzw. dynamicznych modelach tarcia Dahla, Duponta, jak i w modelu LuGre. Stąd też, chcąc prowadzić obliczenia symulacyjne z wykorzystaniem wymienionych modeli, trzeba znać wartość współczynnika  $k_t$  dla analizowanej pary ciernej w zadanym zakresie obciążeń styku. Badania takie można przeprowadzić na opracowanym i zbudowanym przez autorów stanowisku badawczym.

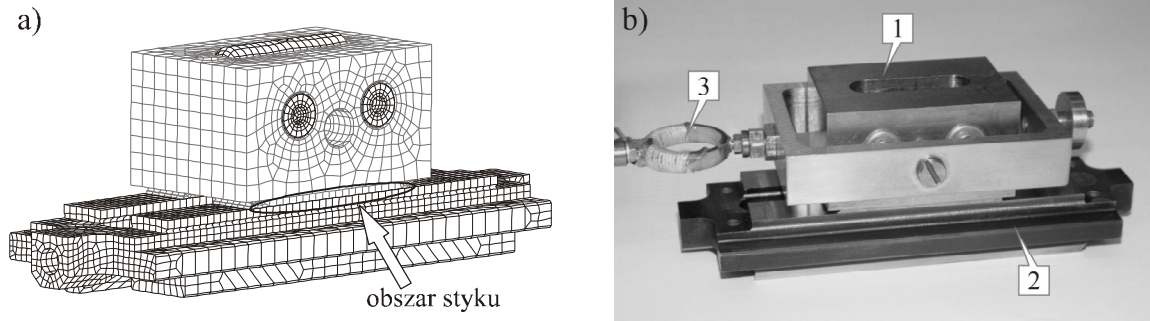
### 3. STANOWISKO BADAWCZE

Schemat blokowy stanowiska badawczego przedstawiono na rys. 2. Główną jego część stanowi specjalnie zaprojektowana, z wykorzystaniem metody elementów skończonych, para ślizgowa złożona z nieruchomej próbki dolnej i mogącej przesuwać się po niej próbki górnej. Próbki te zostały tak zaprojektowane, aby przy centralnie przyłożonym, skupionym, obciążeniu normalnym uzyskać na powierzchniach styku jak najbardziej równomierny rozkład nacisków. Powierzchnie te mają kształt prostokątów położonych symetrycznie względem osi możliwego przesuwu. Całkowite pole powierzchni styku wynosi  $12 \text{ cm}^2$ . Model MES pary ślizgowej i jej zdjęcie wraz z siłomierzem przedstawiono na rys. 3.

W czasie badań, do próbki górnej, w kierunku jej możliwego przesuwu, przykładana jest siła napędu  $F_n$  i mierzone jest względne przemieszczenie próbek spowodowane tą siłą. Siła napędu zadawana jest za pomocą układu składającego się z zabieraka, prowadnicy liniowej EPX40 wyposażonej w śrubę pociągową i silnika krokowego z przekładnią. Sterowanie pracą silnika odbywa się za pomocą komputera i sterownika MONOpack LT. Wartość siły napędu mierzona jest za pomocą siłomierza pierścieniowego umieszczonego między tą próbką a zabierakiem, zaś względne przemieszczenie próbek mierzone jest dwoma bezdotykowymi, indukcyjnymi czujnikami przemieszczeń Tr-102, firmy Hottinger. Czujniki te umieszczone są symetrycznie po obu stronach próbki dolnej, równoległe do osi możliwego przesuwu.



Rys. 2. Schemat blokowy stanowiska badawczego



Rys. 3. Para ślizgowa: a) model MES, b) zdjęcie; 1 – próbka górna, 2 – próbka dolna, 3 – siłomierz

Sygnaly z siłomierza i czujników indukcyjnych są wzmacniane za pomocą wzmacniaczy prądu stałego *MGC* i *KWS-6A* (firmy Hottinger), a następnie są przekazywane do układu rejestrującego komputera pomiarowego wyposażonego w kartę pomiarową *DS1104* i oprogramowanie *ControlDesk* firmy *dSPACE* do przetwarzania danych doświadczalnych. Umożliwia to dokonywanie ciągłej kontroli i rejestracji wartości i przebiegu zmian siły napędu i odpowiadających jej zmian względnego przemieszczenia próbek dolnej i górnej. Zmiana prędkości narastania siły napędu i jej kierunku dokonywana jest za pomocą sterowanego z komputera silnika krokowego.

#### 4. BADANIA DOŚWIADCZALNE I ICH WYNIKI

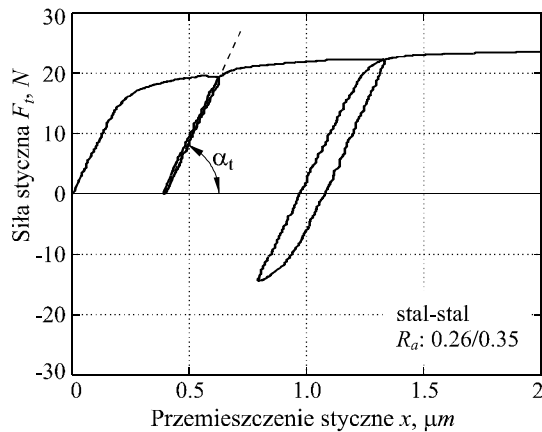
Plan i zakres badań sztywności stycznej styku był ściśle związany z prowadzonymi badaniami doświadczalnymi i symulacyjnymi wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia. Ponieważ badania te prowadzono dla par ciernych *stal-stal* i *stal-żeliwo* obciążonych w kierunku normalnym naciskami od  $p = 0.014 \text{ N/mm}^2$  do  $p = 0.081 \text{ N/mm}^2$  więc również w badaniach sztywności styku ograniczono się do tych par ciernych i do podanego zakresu obciążeń normalnych. Przy czym badania przeprowadzono dla styków suchych o różnej chropowatości. Wartość parametru  $R_a$  chropowatości stykających się powierzchni dla pary *stal-stal* wynosiła: 1)  $R_a = 0.26/1.01 \mu\text{m}$  i 2)  $R_a = 0.26/0.35 \mu\text{m}$ , natomiast dla pary *stal-żeliwo*: 1)  $R_a = 0.26/1.53 \mu\text{m}$  i 2)  $R_a = 0.26/0.33 \mu\text{m}$ .

Dla każdej pary i dla każdego wariantu chropowatości badania sztywności stycznej styku przeprowadzono przy obciążeniu normalnym styku wynoszącym kolejno:  $p_1 = 0.014 \text{ N/mm}^2$ ,  $p_2 = 0.031 \text{ N/mm}^2$ ,  $p_3 = 0.047 \text{ N/mm}^2$ ,  $p_4 = 0.064 \text{ N/mm}^2$  i  $p_5 = 0.081 \text{ N/mm}^2$ . Dla każdego wariantu obciążeń normalnych różnych chropowatości powierzchni i różnych rodzaju materiałów pary cierniej badania powtarzano pięciokrotnie.

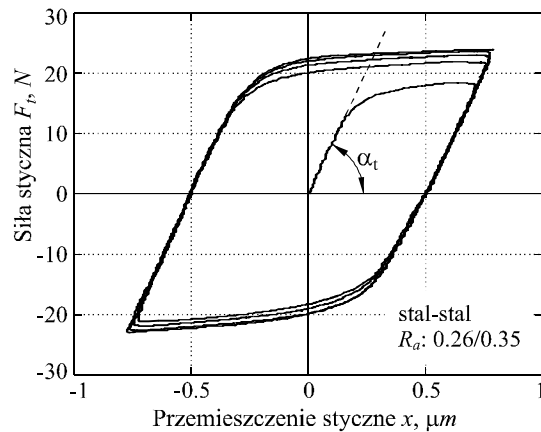
Każdy wariant badań obejmował wykreślenie krzywej podatności przy płynnym zwiększaniu obciążenia stycznego od zera do przyjętej wartości maksymalnej, a następnie przy zmniejszaniu tego obciążenia aż do zera i powtórnym obciążaniu styku do wartości większej od poprzednio osiągniętego maksimum. Na podstawie tak wykreślonych krzywych, korzystając z zależności (3), obliczano współczynnik sztywności kontaktowej stycznej  $k_t$  styku przy danych naciskach normalnych  $p$  i danej chropowatości  $R_a$  powierzchni tworzących styk. W obliczeniach przyjmowano, że siła styczna  $F_t$  równa jest mierzonej sile napędu  $F_n$ . Dla każdego wariantu badań wykreślano ponadto pętle histerezy przy kilkukrotnej zmianie wartości i kierunku obciążenia.

Przykładowy wykres podatności styku *stal-stal* przy naciskach normalnych  $p = 0.081 \text{ N/mm}^2$  i chropowatości powierzchni  $R_a = 0.26/0.35 \mu\text{m}$  przedstawiono na rys. 4. Na rys. 5 natomiast przedstawiono pętlę histerezy wykreśloną dla tego wariantu.

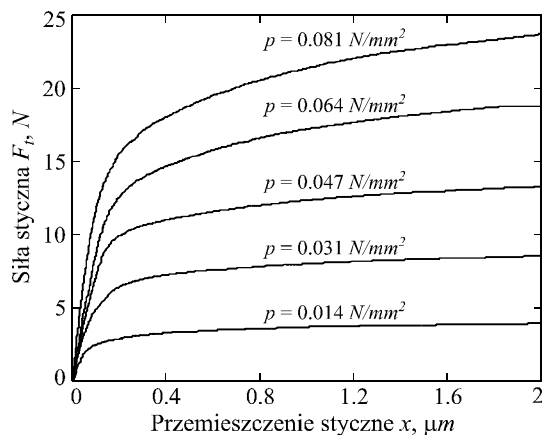
Porównawcze wykresy podatności styku *stal-stal* przy  $R_a = 0.26/0.35 \mu\text{m}$ , w funkcji nacisków normalnych przedstawiono na rys. 6. Analogiczne wykresy dla styku *stal-żeliwo* przy  $R_a = 0.26/0.33 \mu\text{m}$  przedstawiono na rys. 7. Zbiorcze wykresy zależności współczynników sztywności kontaktowej stycznej  $k_t$  styku od nacisków normalnych dla badanych par ciernych, dla przyjętych chropowatości, przedstawiono na rys. 8 i 9.



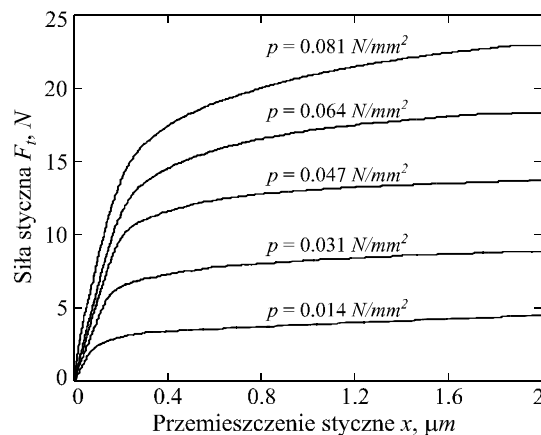
Rys. 4. Wykres podatności styku *stal-stal*, przy  $p = 0.081 \text{ N/mm}^2$  i  $R_a = 0.26/0.35 \mu\text{m}$



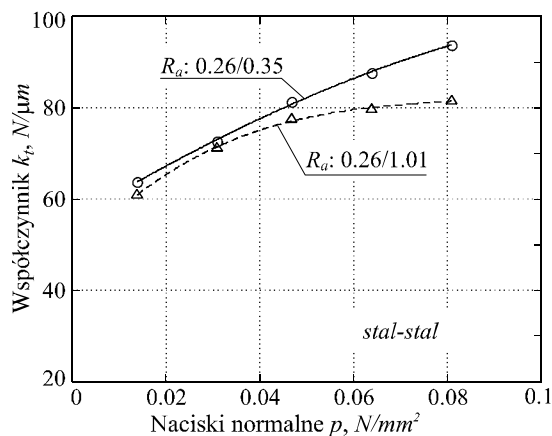
Rys. 5. Pętla histerezy dla styku *stal-stal*, przy  $p = 0.081 \text{ N/mm}^2$  i  $R_a = 0.26/0.35 \mu\text{m}$



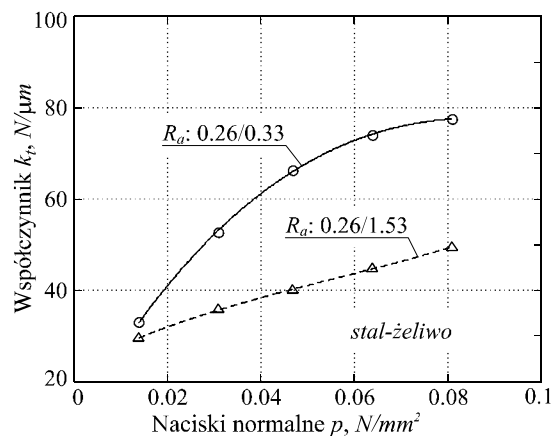
Rys. 6. Wykresy podatności styku *stal-stal* dla różnych nacisków  $p$ ;  $R_a = 0.26/0.35 \mu\text{m}$



Rys. 7. Wykresy podatności styku *stal-żeliwo* dla różnych nacisków  $p$ ;  $R_a = 0.26/0.33 \mu\text{m}$



Rys. 8. Zależność współczynnika sztywności  $k_t$  od nacisków  $p$  dla pary *stal-stal*



Rys. 9. Zależność współczynnika sztywności  $k_t$  od nacisków  $p$  dla pary *stal-żeliwo*

Pełne wyniki przeprowadzonych badań doświadczalnych zależności współczynników sztywności kontaktowej stycznej  $k_t$  badanych styków od nacisków normalnych  $p$  i od chropowatości stykających się powierzchni zestawiono dla pary *stal–stal* w tablicy 1 i dla pary *stal – żeliwo* w tablicy 2.

Tablica 1. Zależność współczynników sztywności kontaktowej stycznej  $k_t$  styków od nacisków normalnych  $p$  i od chropowatości stykających się powierzchni, dla pary *stal–stal*

Naciski normalne $p$ , $N/mm^2$	Parametr $R_a$ próbek <i>dolna/górna</i> $\mu m/\mu m$	Współczynnik sztywności $k_t$ , $N/\mu m$	Odchylenie standardowe $N/\mu m$
0.014	0.26/1.01	60.85	2.02
	0.26/0.35	63.72	0.88
0.031	0.26/1.01	71.00	1.19
	0.26/0.35	72.54	1.91
0.047	0.26/1.01	77.40	0.80
	0.26/0.35	81.16	1.32
0.064	0.26/1.01	79.64	1.80
	0.26/0.35	87.46	1.56
0.081	0.26/1.01	81.38	1.29
	0.26/0.35	93.65	0.85

Tablica 2. Zależność współczynników sztywności kontaktowej stycznej  $k_t$  styków od nacisków normalnych  $p$  i od chropowatości stykających się powierzchni, dla pary *stal–żeliwo*

Naciski normalne $p$ , $N/mm^2$	Parametr $R_a$ próbek <i>dolna/górna</i> $\mu m/\mu m$	Współczynnik sztywności $k_t$ , $N/\mu m$	Odchylenie standardowe $N/\mu m$
0.014	0.26/1.53	29.41	0.97
	0.26/0.33	32.88	0.75
0.031	0.26/1.53	35.69	1.12
	0.26/0.33	52.68	0.68
0.047	0.26/1.53	39.90	0.45
	0.26/0.33	66.31	1.15
0.064	0.26/1.53	44.72	1.08
	0.26/0.33	73.84	1.45
0.081	0.26/1.53	49.34	0.45
	0.26/0.33	77.48	1.04

## 5. PODSUMOWANIE

Połączenia stykowe, stałe i rozłączne, są połączeniami występującymi powszechnie w układach mechanicznych. W wielu przypadkach decydują one o statycznych i dynamicznych właściwościach całej konstrukcji. Jednym z istotnych parametrów charakteryzujących te połączenia jest współczynnik sztywności kontaktowej stycznej styku. Współczynnik ten występuje w postaci jawnej m. in. w dynamicznych modelach tarcia Dahla, Duponta, czy też w modelu LuGre. Bez znajomości wartości tego współczynnika dla badanej

parcy cieiernej, przy danych obciążeniach normalnych styku, nie jest możliwe prowadzenie wiarygodnych analiz symulacyjnych procesu tarcia przy wykorzystaniu tych modeli.

Wyznaczenie wartości współczynnika sztywności kontaktowej stycznej słabo obciążonych styków ( $p$  od 0.014 do 0.081  $N/mm^2$ ) par ciernych *stal-stal* i *stal-żeliwo* było jednym z niezbędnych warunków poprawnego przeprowadzenia przez autorów niniejszej pracy analiz symulacyjnych wpływu drgań kontaktowych stycznych na siłę tarcia w tych połączeniach przy wykorzystaniu wyżej wymienionych dynamicznych modeli tarcia. Wyniki tych analiz i ich doświadczalna weryfikacja zamieszczone są w pracy [13].

## LITERATURA

1. Attia M.H., Kops L.: Effect of fretting on thermal deformation of the machine structure. "Trans. of the ASME, Journal of Engineering for Industry" 1991, Vol. 113(4), p. 425-433.
2. Back N., Burdekin M., Cowley A.: Review of the research on fixed and sliding joints. Proc. of the 13<sup>th</sup> Int. Mach. Tool Des. and Res. Conf., Birmingham 1972, London c.a. 1973, p. 87-97.
3. Back N., Burdekin M., Cowley A.: Analysis of machine tool joints by the finite element method. Proc. of 14<sup>th</sup> Int. Mach. Tool Des. and Res. Conf., Manchester, London - Basingstoke 1973, p. 529-536.
4. Burdekin M., Cowley A., Back N.: An elastic mechanism for the microsliding characteristics between contacting machined surfaces in contact. "J. Mech. Eng. Sci." 1978 Vol. 20(3), p. 121-127.
5. Burdekin M., Back N., Cowley A.: Experimental study of normal and shear characteristics of machined surfaces in contact. "J. Mech. Eng. Sci." 1978 Vol. 20(3), p. 129-132.
6. Canudas de Wit C., Olsson H., Åström K.J., Lischynsky P.: A new model for control of systems with friction. "IEEE. Trans. Autom. Control." 1995, 40(3), p. 419-425.
7. Dahl P.R.: Solid friction model. Technical Report TOR-0158H3107-181-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, CA, 1968.
8. Dahl P.R.: Solid friction damping of mechanical vibrations. "AIAA Journal" 1976 14(12), p. 1675-1682.
9. Dupont P., Armstrong B., Hayward V.: Elasto-plastic friction model: contact compliance and stiction. Proc. of the American Control Conf., Chicago: AACC, 2000, s. 1072-1077.
10. Dupont P. et al.: Single state elasto-plastic friction models. "IEEE Trans. of Automatic Control", 47(5), 2002, s. 787-792.
11. Fu W.P., Huang Y.M., Zhang X.L.: Experimental investigation of dynamic normal characteristics of machined joint surfaces. "Journal of Vibration and Acoustics" 2000, Vol. 122(4), p. 393-398.
12. Grudziński K., Konowski K., Gutowski P.: Doświadczalne badania podatności stycznej płaskich połączeń stykowych. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej, Nr 339, Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Nr 1, 1987, s. 86-110.
13. Gutowski P., Leus M.: Badania doświadczalne i symulacyjne wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę napędu w ruchu ślizgowym. „Modelowanie Inżynierskie” 2009, 37(4).
14. Kirsanova V.N.: Issledovanie i rascet kasatelnoj podatlivosti ploskich stykov. „Stanki i instrument” 1967, 7, s. 22-24.
15. Levina Z.M., Resetov D.N.: Kontaktnaja zestkost masin. Moskwa 1971.

16. Mindlin R.D.: Compliance of elastic bodies in contact. "Journal of Applied Mechanics", Trans. of ASME 1949, Vol. 71(16), p. 259-268.
17. Resetov D.N., Kirsanova V.N.: Kasatelnaja kontaktnaja podatlivost detalej. "Masinovedenie" 1979, 2, s. 88-101.
18. Shoukry S.N.: A mathematical model for the stiffness of fixed joints between machine parts. Proc. of the NUMETA 85 Conf., Swansea, 7-11 Jan. 1985, p. 851-858.

### **THE EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE TANGENTIAL STIFFNESS OF THE FLAT CONTACT JOINTS**

Summary. The original testing stand for experimental examination of tangential contact stiffness of joints is described in the paper. Also the results of experimental tests of tangential contact stiffness coefficients of joints for different friction couples in dependence on the load in normal direction and in a function of roughness of the contact surfaces are given. The steel-steel and steel-cast iron couples were tested. The determined values of these coefficients are used in Dahl's and Dupont's dynamic models of friction with the use of which the authors of this paper have studied the influence of longitudinal tangential contact vibration on friction force in sliding motion.