

## DOŚWIADCZALNA I SYMULACYJNA ANALIZA WPLYWU DRGAŃ KONTAKTOWYCH STYCZNYCH WZDŁUŻNYCH NA SIŁĘ NAPĘDU W RUCHU ŚLIZGOWYM

PAWEŁ GUTOWSKI, MARIUSZ LEUS

*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny  
e-mail: pawel.gutowski@ps.pl, leus.mariusz@ps.pl*

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki doświadczalnej i teoretycznej analizy wpływu drgań stycznych wzdluznych na siłę tarcia i na siłę napędu w ruchu ślizgowym. W badaniach doświadczalnych mierzono zmiany siły napędu w czasie przesuwu ciała górnego po wprawianym w ruch drgający, w kierunku stycznym do przesuwu, ciała dolnym. Gdy amplituda prędkości tych drgań była większa od składowej stałej prędkości przesuwu następowało zmniejszenie siły napędu. Badania symulacyjne przeprowadzono w środowisku Matlab-Simulink. W obliczeniach wykorzystano dynamiczne modele tarcia. Uzyskano bardzo dobrą zgodność wyników badań symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych.

### 1. WPROWADZENIE

Siły tarcia mogą odgrywać rolę zarówno pozytywną, jak i negatywną. Stąd też często, w zależności od sytuacji, zachodzi potrzeba albo ich redukcji, albo też ich zwiększenia. W wielu przypadkach rozwiązaniem najlepszym byłaby możliwość sterowania wartością tych sił. W ruchu ślizgowym może stać się to realne dzięki zastosowaniu drgań kontaktowych stycznych o dużej częstotliwości. Konieczne jest jednak dokładne poznanie mechanizmu wpływu tych drgań na siłę tarcia.

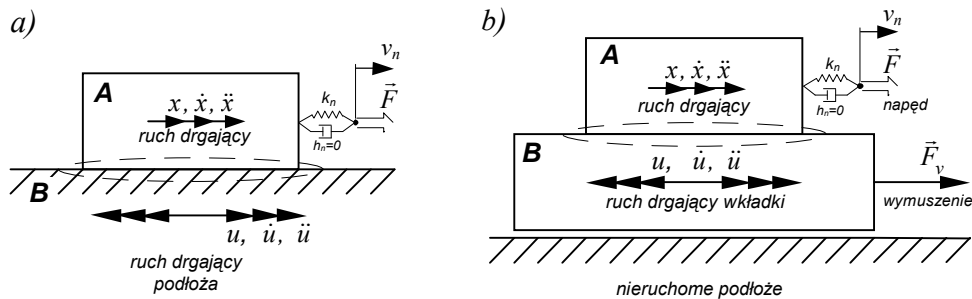
Wpływ drgań, zarówno normalnych, jak i stycznych do powierzchni styku, na zmniejszenie siły napędu w ruchu ślizgowym znany jest od szeregu lat. Zjawiskiem tym zajmowano się już w latach 70. dwudziestego wieku. Analizę wpływu drgań normalnych prowadzili m. in. tacy badacze jak Godfrey [8], Tolstói i in. [25], Budanov i in. [2], Hess i Soom [12] czy też ostatnio Grudziński i Kostek [9]. Z kolei wpływ drgań kontaktowych stycznych na siłę tarcia i siłę napędu analizowali m.in.: początkowo – Pohlman i Lehfeld [21] oraz Mitskewitch [20], później Skare i Stahl [24], Katoh [13], Sase i in. [22], Siegert i Ulmer [23], Kutomi [15], Littmann i in. [19], Kumar i Hutchings [14], a ostatnio także Tsai i Tseng [26] oraz autorzy niniejszego artykułu Gutowski i Leus [10, 11, 16, 17].

Z reguły w obliczeniach, w których występują siły tarcia, przyjmowane są proste, tzw. statyczne modele tarcia, bazujące na modelu tarcia Coulomba, w których nie uwzględnia się żadnych odkształceń zachodzących w obszarze styku dwóch przemieszczających się względem siebie ciał. Modele te w wielu przypadkach są jednak zbyt mało dokładne. Stąd też opracowana została nowa klasa modeli tarcia, tzw. modele dynamiczne, jak np. model Dahla [4, 5], model Duponta [6, 7], czy też tzw. model LuGre [3], w których uwzględnia się rzeczywiste sprężysto-plastyczne charakterystyki styku.

W niniejszej pracy, do analizy numerycznej wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia i siłę napędu w ruchu ślizgowym wykorzystano dynamiczne modele tarcia. Odpowiednie procedury obliczeniowe opracowano w środowisku Matlab-Simulink. Uzyskano bardzo dobrą zgodność wyników tej analizy z wynikami badań doświadczalnych przeprowadzonych na specjalnie w tym celu zbudowanym stanowisku badawczym.

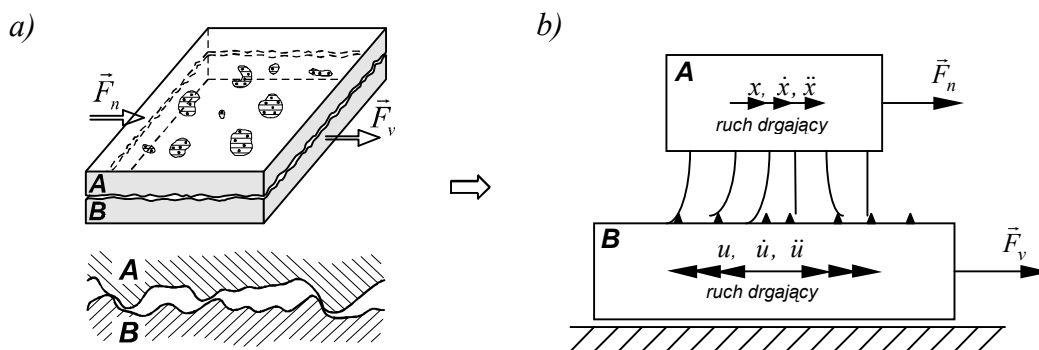
## 2. PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI MATEMATYCZNE

W badaniach symulacyjnych przyjęto model, w którym ciało **A** o masie  $m$  przesuwane jest za pomocą siły  $\vec{F}$  po drgającym podłożu **B** (rys. 1a), lub też po drgającej wkładce (ciało **B** – rys. 1b) umieszczonej między tym ciałem, a nieruchomym podłożem. Założono, że umowny punkt zaczepienia siły  $\vec{F}$  przemieszcza się z prędkością napędu  $v_n$ . W modelu uwzględniono rzeczywistą sprężysto–plastyczną charakterystykę styku ciała **A** z podłożem (lub wkładką) **B** oraz sprężystą charakterystykę połączeń napędu z przesuwanym ciałem.



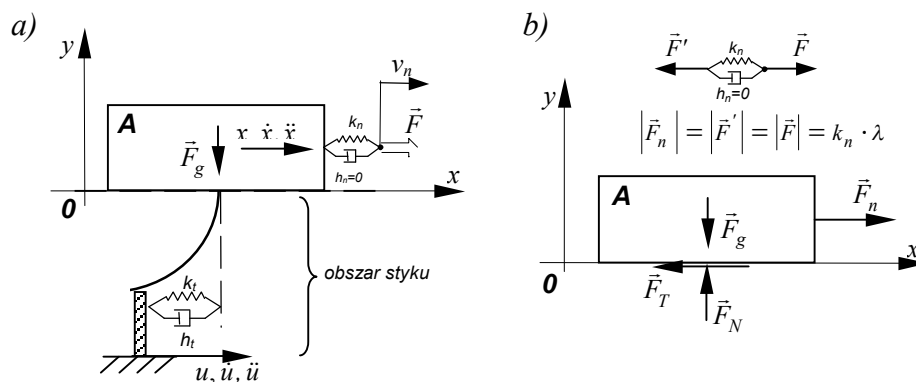
Rys. 1. Model przyjęty w obliczeniach symulacyjnych: a) ruch po drgającym podłożu, b) ruch po drgającej wkładce

Nierówności powierzchni tworzących styk ciała **A** z drgającym podłożem lub wkładką **B** (rys. 2a) modelowane są za pomocą mikrosprężyn (rys. 2b), które pod wpływem obciążenia stycznego odkształcają się w kierunku zgodnym z siłą oporu tarcia. Przy wystarczająco dużym odkształceniu siła ta osiąga wartość siły tarcia rozwiniętego, co skutkuje zerwaniem więzy i wystąpieniem poślizgu.



Rys. 2. Modelowanie styku: a) styk rzeczywisty, b) model przyjęty w obliczeniach

W modelu obliczeniowym zakłada się, że rzeczywisty styk ma właściwości ciała sprężysto–plastycznego Kelvina-Voigta. Jego sztywność w kierunku stycznym charakteryzuje współczynnik sztywności  $k_t$ , zaś właściwości dyssypacyjne przy odkształceniu stycznym współczynnik tłumienia  $h_t$ . Rozkład sił czynnych i sił reakcji działających na ciało **A** przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Rozkład sił działających na ciało **A**: a) siły czynne, b) siły czynne i siły reakcji podłoża

Równanie wektorowe ruchu ciała **A** w nieruchomym układzie odniesienia  $Oxy$  (rys. 3b) ma postać:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_n + \vec{F}_g + \vec{F}_N + \vec{F}_T \quad (1)$$

gdzie:  $m$  – masa ciała **A**,  $\vec{a}$  – przyspieszenie,  $\vec{F}_g$  – siła ciężkości,  $\vec{F}_n$  – siła napędu,  $\vec{F}_N$  – reakcja normalna podłoża,  $\vec{F}_T$  – siła tarcia.

Stąd otrzymuje się skalarowe równania ruchu tego ciała wzdłuż osi  $x$  w postaci:

$$m \cdot \ddot{x} = F_n - F_T \quad (2)$$

Wartość siły  $\vec{F}_n$  w czasie ruchu ciała **A** po drgającym podłożu nie jest wielkością stałą, gdyż w wyniku przenoszenia się drgań z podłoża również i ciało **A** wykonuje ruch drgający. Jest ona równa wartości siły sprężystego odkształcenia napędu i można ją wyrazić zależnością:

$$F_n = k_n \cdot \lambda \quad (3)$$

gdzie:  $k_n$  – sztywność napędu,  $\lambda$  – sprężyste odkształcenie napędu:

$$\lambda = v_n \cdot t - x \quad (4)$$

Symbol  $t$  w równaniu (4) oznacza czas.

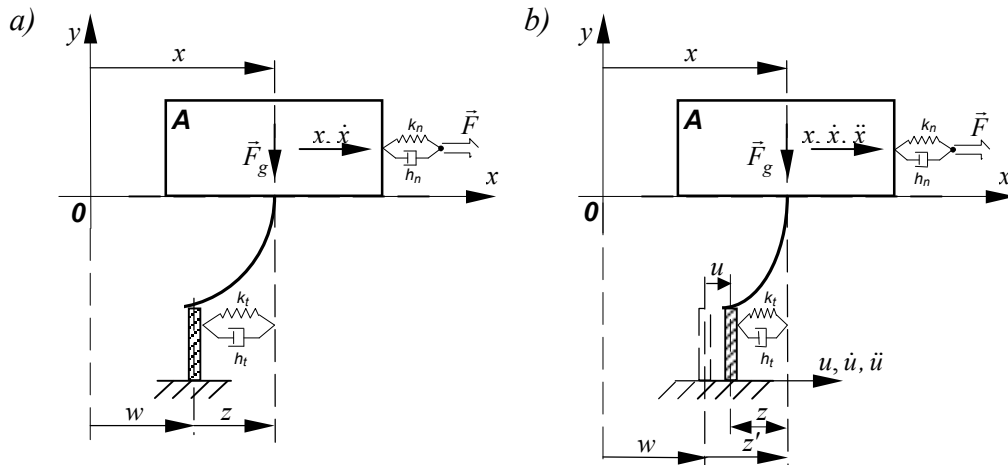
W nieruchomym układzie odniesienia  $Oxy$  przemieszczenie bezwzględne  $x$  ciała sztywnego w ruchu ślizgowym można przedstawić jako złożenie składowej sprężystej  $z$  i składowej plastycznej  $w$  (rys. 4a). Składowa plastyczna równa jest przesunięciu powstałemu w wyniku poślizgu ciała po podłożu, zaś składowa sprężysta równa jest odkształceniu sprężystemu styku [7]. W przypadku podłoża nieruchomego można zapisać wprost:

$$z = x - w \quad (5)$$

W przypadku ruchu drgającego ciała **A** po drgającym podłożu tak zdefiniowana składowa sprężysta przemieszczenia względnego stykających się powierzchni podlega cyklicznym zmianom – zwiększeniu lub zmniejszeniu (rys. 4b), w zależności zarówno od wartości i kierunku wektora  $\vec{u}$  drgań podłoża, jak i wartości i kierunku wektora  $\vec{x}$  drgań bezwzględnych ciała **A**. W przypadku drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych, składową tą, zgodnie z oznaczeniami na rys. 4b, można wyrazić zależnością:

$$z = x - w - u \quad (6)$$

gdzie:  $u$  – przemieszczenie drgającego podłoża.



Rys. 4. Sprężyste odkształcenie wierzchołków chropowatości powierzchni tworzących styk: a) przy nieruchomym podłożu, b) przy podłożu ruchomym

W modelu tarcia LuGre [3] wartość siły tarcia  $\vec{F}_T$  wyznacza się jako sumę trzech składników związanych zarówno z odkształceniem  $z$  styku, szybkością  $\dot{z}$  następowania tego odkształcenia, jak i prędkością względną  $v_r$  wzajemnego przesuwu nominalnych powierzchni tworzących styk. Odpowiednia zależność ma postać:

$$F_T = k_t \cdot z + h_t \cdot \dot{z} + h_w \cdot v_r \quad (7)$$

gdzie:

- $k_t$  – współczynnik sztywności styku w kierunku stycznym,
- $h_t$  – współczynnik tłumienia styku przy jego odkształceniu w kierunku stycznym,
- $h_w$  – współczynnik tarcia wiskotycznego styku,
- $v_r$  – prędkość względną wzajemnego przesuwu powierzchni tworzących styk.

Prędkość  $v_r$  jest superpozycją prędkości bezwzględnej ciała  $\mathbf{A}$  ( $v_A = \dot{x}$ ) i prędkości drgającego podłoża ( $v_v = \dot{u}$ ). Dla oznaczeń jak na rys. 4b można napisać:

$$v_r = v_A - v_v = \dot{x} - \dot{u} \quad (8)$$

Po uwzględnieniu w równaniu (2) zależności (3), (4), (7) i (8) otrzymuje się równanie ruchu ciała  $\mathbf{A}$  w postaci:

$$m \cdot \ddot{x} + h_w \cdot (\dot{x} - \dot{u}) + h_t \cdot \dot{z} + k_t \cdot z = k_n \cdot (v_n \cdot t - x) \quad (9)$$

W dynamicznych modelach tarcia Dahla i Duponta siła tarcia  $\vec{F}_T$  opisana jest w sposób prostszy niż w modelu LuGre. W modelach tych przyjmuje się, że wartość siły tarcia związana jest w sposób jawny jedynie z odkształceniem  $z$  styku w kierunku stycznym i opisana jest zależnością o postaci:

$$F_T = k_t \cdot z \quad (10)$$

Stąd też również dynamiczne równanie ruchu ciała  $\mathbf{A}$  przybiera przy wykorzystaniu tych modeli postać znacznie prostszą:

$$m \cdot \ddot{x} + k_t \cdot z = k_n \cdot (v_n \cdot t - x) \quad (11)$$

W modelu Dahla zakłada się przy tym [4], że przemieszczenie  $x$  ciała sztywnego ma od samego początku działania obciążenia stycznego charakter sprężysto-plastyczny i może być rozłożone tylko na dwie składowe: sprężystą  $z$  i plastyczną  $w$  (rys. 4a).

Dupont i in. [7] uważa jednak, że odkształcenie styku w początkowym zakresie obciążeń ma charakter idealnie sprężysty, a odkształcenie sprężysto-plastyczne pojawia się dopiero po przekroczeniu przez obciążenie styczne pewnej granicznej wartości. W przemieszczeniu stycznym można, według tych autorów, wyróżnić nie dwie, lecz trzy fazy. W fazie pierwszej przesunięcie wstępne ma charakter czysto sprężysty, w fazie drugiej – sprężysto-plastyczny, zaś w fazie trzeciej – plastyczny (występuje ruch ślizgowy).

W modelu Dahla składową sprężystą  $z$  wyznacza się z zależności różniczkowej o postaci:

$$\frac{dz}{dt} = v_r \cdot \left( 1 - \frac{k_t}{F_C} \cdot \text{sgn}(v_r) \cdot z \right)^\alpha \quad (12)$$

gdzie:

$$F_C = \mu \cdot F_N \quad (13)$$

Wielkość  $F_C$  jest siłą tarcia Coulomba, zaś  $\mu$  współczynnikiem tarcia statycznego. Parametr  $\alpha$  występujący w równaniu (12) określa kształt krzywej zależności przemieszczeń stycznych od siły stycznej. Bliman [1] podaje, że dla materiałów kruchych wartość tego parametru mieści się w przedziale  $0 < \alpha < 1$ , zaś dla materiałów plastycznych  $\alpha \geq 1$ .

W modelu Duponta składową sprężystą  $z$  wyznacza się z zależności:

$$\frac{dz}{dt} = v_r \cdot \left( 1 - \beta(z, v_r) \cdot \frac{k_t}{F_C} \cdot \text{sgn}(v_r) \cdot z \right)^\alpha \quad (14)$$

Sposób konstrukcji występującej w tym modelu funkcji  $\beta(z, v_r)$ , w poszczególnych fazach przemieszczeń stycznych, podany jest w pracach [6, 7].

Opisane w niniejszej pracy badania symulacyjne wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia i siłę napędu w ruchu ślizgowym przeprowadzono wykorzystując dwa dynamiczne modele tarcia: model Dahla i model Duponta.

Obliczenia przeprowadzono w środowisku Matlab-Simulink. W przypadku modelu Dahla rozwiązywano układ równań (11) i (12) zaś dla modelu Duponta układ równań (11) i (14) przy wykorzystaniu podstawień (8) i (13). W obydwu przypadkach przyjęto, że ruch drgający wkładki  $\mathbf{B}$  opisany jest zależnością:

$$u = u_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (15)$$

gdzie:  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ ,  $\omega$  – częstość kołowa,  $f$  – częstotliwość drgań wymuszonych,  $u_0$  – amplituda drgań wymuszonych.

Wyniki badań symulacyjnych zweryfikowano przeprowadzając odpowiednie badania doświadczalne. Wykonano je na oryginalnym stanowisku badawczym zaprojektowanym i zbudowanym przez autorów w celu prowadzenia doświadczalnych badań współzależności siły tarcia i drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych. Stanowisko to opisane jest w pracy [11].

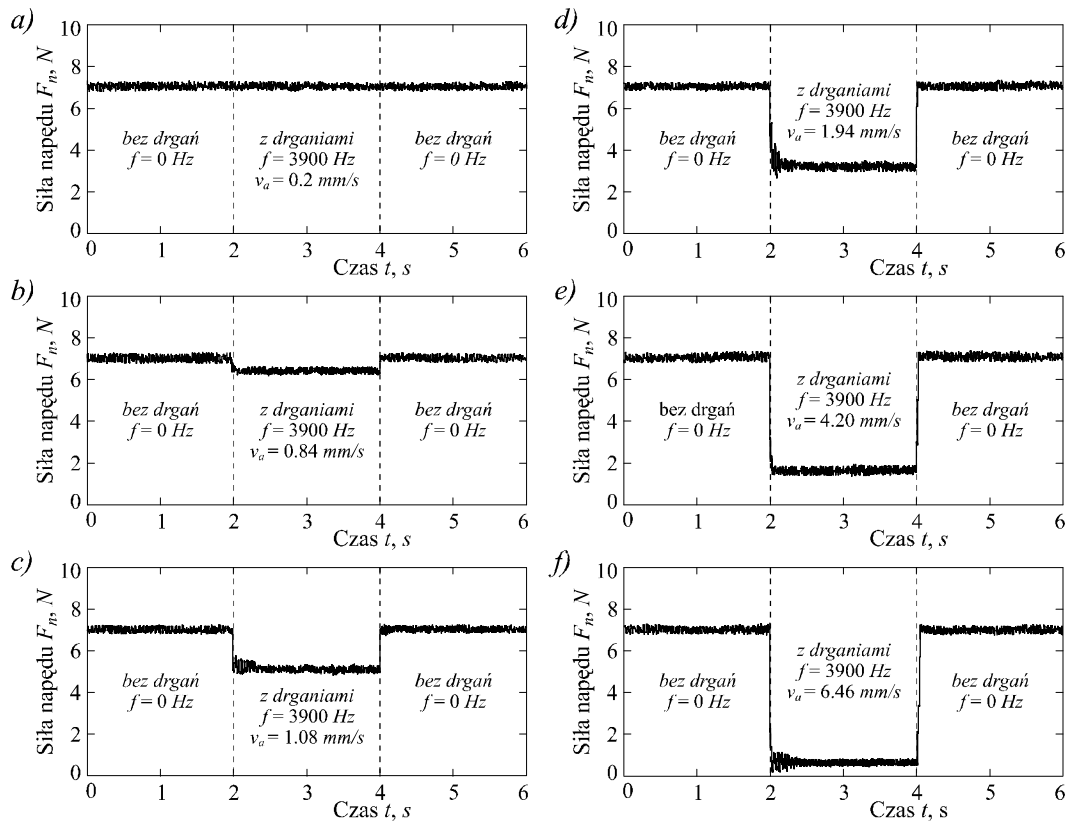
### 3. BADANIA DOŚWIADCZALNE I ICH WYNIKI

Celem badań doświadczalnych prezentowanych w niniejszej pracy było wyznaczenie w sposób doświadczalny ilościowych zmian wartości siły napędu  $\vec{F}_n$  ciała górnego zachodzących w czasie jego przesuwu po ciele dolnym po wprowadzeniu ciała dolnego w ruch drgający zgodny z kierunkiem przesuwu ciała górnego oraz wyznaczenie zmian siły tarcia poślizgowego następujących w styku przesuwanych po sobie ciał pod wpływem wprowadzonych drgań stycznych wzdłużnych.

Badania przeprowadzono dla styków *stal–stal*, szlifowanych, suchych. Parametr  $R_a$  chropowatości powierzchni wynosił  $0.26 \mu\text{m}$  – dla próbki górnej i  $1.01 \mu\text{m}$  – dla próbki dolnej. Twardość obydwu próbek była zbliżona i wynosiła: w przypadku próbki górnej  $254 \text{HV}10$ , a w przypadku próbki dolnej  $215 \text{HV}10$ .

Częstotliwość drgań wymuszonych wynosiła  $f = 3900 \text{ Hz}$ , a prędkość napędu – nominalna prędkość przesuwu umownego punktu zaczepienia siły  $\vec{F}$  była równa  $v_n = 0.62 \text{ mm/s}$ . Badania wykonano dla dwóch wariantów nacisków normalnych na powierzchni styku:  $p_1 = 0.03 \text{ N/mm}^2$  i  $p_2 = 0.056 \text{ N/mm}^2$ . Parametrem zmiennym była amplituda  $v_a$  prędkości drgań wymuszonych. Zmieniało ją w trakcie pomiarów w granicach od  $v_{amin} = 0.2$  do  $v_{amax} = 6.5 \text{ mm/s}$ .

Wartość siły napędu  $\vec{F}_n$  mierzono za pomocą siłomierza pierścieniowego umieszczonego między zabierakiem, a próbką górną. Na rys. 5 przedstawiono przykładowo przebiegi tej siły dla styku suchego *stal–stal* w trzech następujących kolejno po sobie etapach przesuwu ciała górnego po ciele dolnym dla sześciu wybranych wariantów amplitudy prędkości drgań wymuszonych  $v_a$  równych:  $0.2, 0.84, 1.08, 1.94, 4.20$  i  $6.46 \text{ mm/s}$ , przy obciążeniu normalnym styku  $p_1 = 0.03 \text{ N/mm}^2$ . W każdym wariantcie w etapie pierwszym i trzecim przesuw ciała górnego realizowany był bez wprowadzania drgań wymuszonych, zaś w etapie drugim – przy zadanych drganiach wymuszonych ciała dolnego.



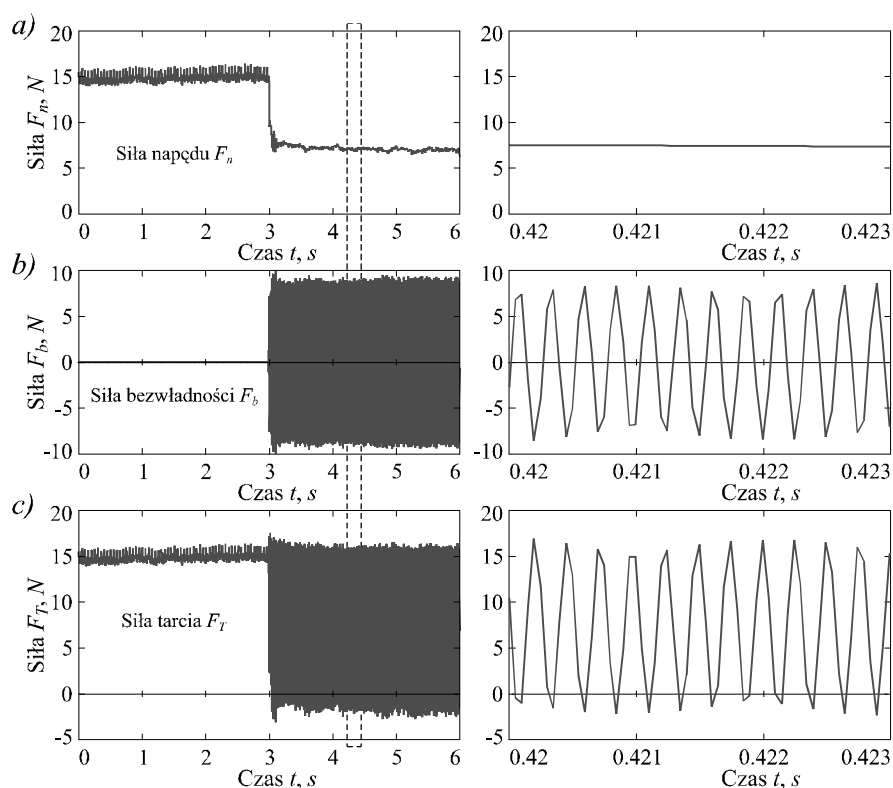
Rys. 5. Wpływ amplitudy prędkości drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę napędu: a)  $v_a < v_n$ , b-f)  $v_a > v_n$ ;  $f = 3900 \text{ Hz}$ ,  $v_n = 0.62 \text{ mm/s}$ ,  $p_1 = 0.03 \text{ N/mm}^2$ .

Z przebiegów tych widać, że w pięciu przypadkach (rys. 5b-f) wzbudzenie drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych spowodowało wyraźne zmniejszenie siły napędu, natomiast w przypadku pierwszym (rys. 5a) efekt taki nie wystąpił. Widać przy tym, że wielkość redukcji siły napędu wyraźnie zależy od amplitudy  $v_a$  prędkości drgań wymuszonych ciała dolnego (podłoża). Im większa jest ta amplituda, w stosunku do prędkości napędu  $v_n$ , tym większe następuje obniżenie siły napędu.

Na podstawie zbiorów takich wykresów, dla różnych wartości amplitud  $v_a$  prędkości drgań wymuszonych, przy ustalonej nominalnej prędkości napędu  $v_n$  próbki górnej i ustalonym obciążeniu styku w kierunku normalnym, sporządzono wykresy zbiorcze ilustrujące związek między siłą napędu, a amplitudą prędkości drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych. Analiza tych zbiorczych wykresów wykazała, że warunkiem koniecznym obniżenia wartości siły napędu w ruchu ślizgowym w obecności drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych jest, aby amplituda prędkości drgań wymuszonych  $v_a$  była większa od prędkości napędu  $v_n$ .

W trakcie badań równocześnie z pomiarem siły napędu mierzono przyspieszenie próbki górnej. Dzięki temu możliwe było wyznaczenie przebiegu zmian siły bezwładności  $\vec{F}_b$  tej próbki w każdej chwili jej przesuwu po próbce dolnej. Znając przebiegi siły napędu i siły bezwładności próbki górnej można było, korzystając z równania (2), wyznaczyć przebieg zmian siły tarcia  $\vec{F}_T$  działającej na tą próbkę na powierzchni jej styku z próbką dolną.

Przykładowy wykres zbiorczy zmian tych trzech sił w funkcji czasu, dla wariantu:  $p_2 = 0.056 \text{ N/mm}^2$  i  $v_a = 1.36 \text{ mm/s}$ , przedstawiono na rys. 6.



Rys. 6. Doświadczalnie wyznaczone przebiegi zmian sił: a) napędu  $\vec{F}_n$ , b) bezwładności  $\vec{F}_b$ , c) tarcia  $\vec{F}_T$  działających na próbkę górną w trakcie jej przesuwu po drgającym podłożu;  $f = 3900 \text{ Hz}$ ,  $v_n = 0.62 \text{ mm/s}$ ,  $v_a = 1.36 \text{ mm/s}$ ,  $p_2 = 0.056 \text{ N/mm}^2$ .

#### 4. BADANIA SYMULACYJNE

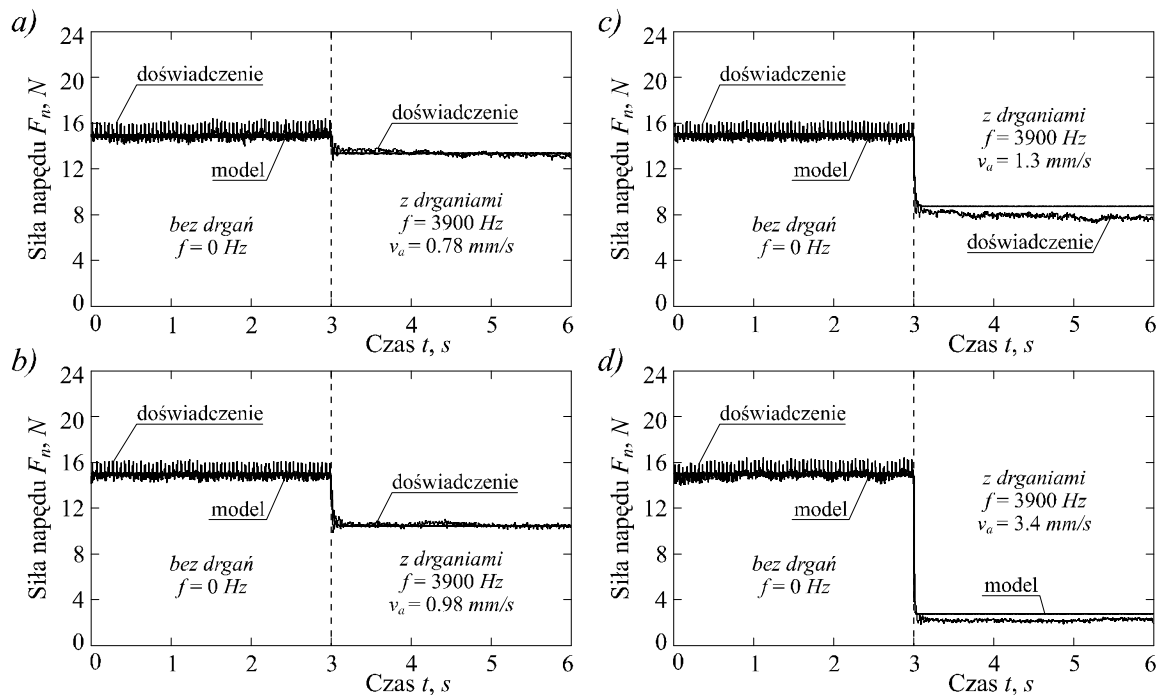
Wyniki badań doświadczalnych wykorzystano do weryfikacji opracowanych w środowisku Matlab-Simulink procedur obliczeniowych zmian siły napędu w wyniku drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych. W procedurach tych wykorzystano dynamiczne modele tarcia Dahla i Duponta. Dla obydwu tych modeli obliczono przebiegi czasowe zmian siły napędu i siły

tarcia dla różnych amplitud prędkości drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych, przy częstotliwości wymuszenia i prędkości napędu oraz naciskach normalnych takich samych, jakie przyjęto w badaniach doświadczalnych, tj.:  $f = 3900 \text{ Hz}$ ,  $v_n = 0.62 \text{ mm/s}$ ,  $p_1 = 0.03 \text{ N/mm}^2$  i  $p_2 = 0.056 \text{ N/mm}^2$ .

W obliczeniach przyjęto: wartość współczynnika tarcia  $\mu = 0.22$ , wartość współczynnika sztywności kontaktowej stycznej styku  $k_t = 78 \text{ N}/\mu\text{m}$  oraz wartość wykładnika potęgi występującego w analizowanych dynamicznych modelach tarcia  $\alpha = 1$ . Zarówno wartość współczynnika tarcia  $\mu$ , jak i wartość współczynnika sztywności stycznej styku  $k_t$  została wyznaczona dla badanego styku w sposób doświadczalny. Szczegółowy opis tych badań zamieszczono w pracy [18]. Również sztywność napędu  $k_n$  wyznaczono w sposób doświadczalny. Wynosiła ona  $k_n = 0.84 \text{ N}/\mu\text{m}$ .

Przykładowe zestawienie przebiegów siły napędu  $\vec{F}_n$  wyznaczonych doświadczalnie i wygenerowanych w badaniach symulacyjnych, dla wariantu obciążenia normalnego styku  $p_2 = 0.056 \text{ N/mm}^2$ , przy wykorzystaniu modelu Dahla, przedstawiono na rys. 7. Widać bardzo dobrą zgodność wyników analiz symulacyjnych, z wynikami badań doświadczalnych.

W przypadku modelu Duponta wyniki przeprowadzonych analiz symulacyjnych dość znacznie odbiegały od wyników badań doświadczalnych.



Rys. 7. Przebiegi siły napędu  $\vec{F}_n$  wyznaczone doświadczalnie i numerycznie dla modelu tarcia Dahla;  $f = 3900 \text{ Hz}$ ,  $v_n = 0.62 \text{ mm/s}$ ,  $p_2 = 0.056 \text{ N/mm}^2$

## 5. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania doświadczalne oraz analizy symulacyjne wykazały, że poprzez wprowadzenie drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych można spowodować wyraźne obniżenie wartości siły napędu niezbędnej do wywołania i utrzymania poślizgu jednego ciała po drugim. Warunkiem koniecznym zmniejszenia tej siły w ruchu ślizgowym jest, aby amplituda prędkości drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych była większa od nominalnej



prędkości przesuwu stykających się ciał, tj. od prędkości napędu. Zmieniając wielkość amplitudy prędkości tych drgań można regulować wartość siły napędu.

Przeprowadzone obliczenia numeryczne wykazały, że w analizowanym przypadku przy małych naciskach normalnych, model tarcia Dahla bardzo dobrze nadaje się do opisu procesu tarcia na powierzchni styku przesuwanych po sobie ciał.

## LITERATURA

1. Bliman P.A.: Mathematical study of the Dahl's friction model. "European Journal of Mechanics, A/Solids", 1992, Vol. 11(66), p. 835-848.
2. Budanov B.V., Kudinov V.A., Tolstoi D.M.: Interaction of friction and vibration. "Soviet Journal of Friction and Wear", 1980, Vol. 1, p. 79-89.
3. Canudas de Wit C., Olsson H., Åström K.J., Lischynsky P.: A new model for control of systems with friction. IEEE Trans. Autom. Control 1995, Vol. 40 (3), p. 419-425.
4. Dahl P.R.: Solid friction model. Technical Report TOR-0158H3107-181-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, CA, 1968.
5. Dahl P.R.: Solid friction damping of mechanical vibrations. "AIAA Journal", 1976 Vol. 14(12), p. 1675-1682.
6. Dupont P., Armstrong B., Hayward V.: Elasto-plastic friction model: contact compliance and stiction. Proc. of the American Control Conf., Chicago: AACC, 2000, p. 1072-1077.
7. Dupont P. i in.: Single state elasto-plastic friction models. "IEEE Transactions of Automatic Control", 2002, Vol. 47(5), p. 787-792.
8. Godfrey D.: Vibration reduces metal to metal contact and causes an apparent reduction in friction. "ALSE Transactions", 1967, Vol. 10, p. 183-192.
9. Grudziński K., Kostek R.: Influence of normal micro-vibrations in contact on sliding motion of solid body. "Journal of Theoretical and Applied Mechanics" 2005, Vol. 43(1), p. 37-49.
10. Gutowski P., Leus M.: Analiza wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia. „Archiwum Technologii Maszyn i Automatyzacji” 2008, Vol. 28(4), s. 117-126.
11. Gutowski P., Leus M., Parus A.: Badania doświadczalne wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia. „Modelowanie Inżynierskie” 2008, 35(4), s. 39-44.
12. Hess D., Soom A. : Normal vibrations and friction under harmonic loads: Part I-hertzian contacts. "Journal of Tribology" 1991, Vol. 113, p. 80-86.
13. Katoh K.: Active control of friction using ultrasonic vibration. "Japanese Journal of Tribology" 1993, Vol. 38, p. 1019-1025.
14. Kumar V.C., Hutchings I.M.: Reduction of sliding friction of metals by the application of longitudinal or transverse ultrasonic vibration. "Tribology International" 2004, Vol. 37, s. 833-840.
15. Kutomi H., Sase N., Fujii M.: Development of friction controller. Proc. of the Int. Conf. AMPT'99, I, 1999, p. 605-612.
16. Leus M., Gutowski P.: The analysis of longitudinal tangential contact vibrations effect on friction force using Coulomb and Dahl models. "Journal of Theoretical and Applied Mechanics" 2008, Vol. 46(1), p. 171-184.
17. Leus M., Gutowski P.: Czynniki determinujące obniżenie siły tarcia w ruchu ślizgowym w obecności drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych. „Modelowanie Inżynierskie” 2008, Vol. 35(4), p. 73-78.
18. Leus M., Gutowski P.: Doświadczalna analiza sztywności kontaktowej stycznej styku. „Modelowanie Inżynierskie” Vol. 37(4), 2009.

19. Littmann W., Storck H., Wallaschek J.: Sliding friction in the presence of ultrasonic oscillations: superposition of longitudinal oscillations. "Archive of Applied Mechanics" 2001, Vol. 71, p. 549-554.
20. Mitskevich A.M.: Motion of the body over tangentially vibrating surface, taking into account of friction. "Soviet Physics-Acoustics" 1968, Vol. 13, p. 348-351.
21. Pohlman R., Lehfeld E.: Influence of ultrasonic vibrations on metallic friction. "Ultrasonics" 1966, Vol. 4, p. 178-185.
22. Sase N. i in.: Reduction of friction without lubrication. Proc. of the Int. Conf. AMPT'95, III, 1995, p. 1298-1304.
23. Siegert K., Ulmer J.: Superimposing ultrasonic waves on dies in tube and wire drawing. "Journal of Engineering Materials and Technology" 2001, Vol. 123, p. 517-523.
24. Skare T., Stahl J.E.: Static and dynamic friction processes under the influence of external vibrations. "Wear" 1992, Vol. 154, p. 177- 192.
25. Tolstoi D.M., Borisova G.A., Grigorova S.R.: Friction regulation by perpendicular oscillation. "Soviet Physics-Doklady" 1973, Vol. 17(9), p. 907-909.
26. Tsai C.C., Tseng C.H.: The effect of friction reduction in presence of in-plane vibrations. "Archive of Applied Mechanics" 2006, Vol. 75, p. 164-176.

## **EXPERIMENTAL AND SIMULATION ANALYSIS OF THE LONGITUDINAL CONTACT VIBRATION EFFECT ON DRIVING FORCE IN SLIDING MOTION**

Summary. In the paper the results of theoretical and experimental analysis of the longitudinal tangential vibration effect on the driving force in sliding motion are presented. In experimental tests the changes of driving force during sliding the upper body on the excited into vibration in tangential direction lower body, were measured. When the amplitude of these vibrations was greater than the constant component of sliding velocity the significant reduction of driving force is observed. The simulation analysis was carried out in the Matlab-Simulink environment. In computations the dynamic models of friction were used. Very good consistency of simulation and experimental results is obtained.