

WYKORZYSTANIE KOMERCYJNEJ APLIKACJI BAZUJĄCEJ NA METODZIE ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH W ZAGADNIENIACH OPTYMALIZACJI KONSTRUKCJI PODWOZIA ULTRALEKKICH SAMOLOTÓW NIEKOMERCYJNYCH

Adam Legwand^{1a}, Konrad Perzyński¹, Łukasz Madej¹

¹Katedra Informatyki Stosowanej i Modelowania, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza
w Krakowie

^aalegwand@agh.edu.pl

Streszczenie

Aplikacje do komputerowego wspomaganie prac inżynierskich są obecnie powszechnie stosowane w wielu gałęziach przemysłu. Pozwalają one na przyspieszenie procesu projektowania oraz testowania różnych rozwiązań konstrukcyjnych bez konieczności realizowania wielu badań laboratoryjnych. Jednakże w przypadku produkcji samolotów lekkich oraz ultralekkich wciąż do testowania konstrukcji wykorzystywane są głównie metody eksperymentalne, które nie pozwalają na efektywną optymalizację konstrukcji. W niniejszej pracy przedstawiono zatem koncepcję autorskiej aplikacji optymalizacyjnej wykorzystującej komercyjny program metody elementów skończonych. Jej działanie zaprezentowano na przykładzie optymalizacji kształtu goleni podwozia samolotu ultralekkiego na podstawie symulacji numerycznej próby wytrzymałościowej.

Słowa kluczowe: metoda elementów skończonych, optymalizacja, samoloty ultralekkie

OPTIMIZATION OF ULTRALIGHT AIRCRAFT LANDING GEAR BY THE FINITE ELEMENT NUMERICAL TOOL

Summary

Computer-aided engineering software is commonly used in many branches of contemporary industry. It allows to reduce time required for designing and testing processes without the need to perform many laboratory trials. However, in case of production of light and ultralight aircrafts experimental testing methods are still in use, which limit possibility of efficient optimization of their construction. Thus, the paper presents concept of dedicated optimization tool, which uses commercial finite elements software in order to improve such a design process. As a case study, optimization of ultralight aircraft landing gear is presented.

Keywords: finite elements method, optimization, ultralight aircrafts

1. WSTĘP

Masowa produkcja samolotów z kategorii lekkich oraz ultralekkich sprawia, że jednym z podstawowych czynników decydujących o powodzeniu ich sprzedaży jest konkurencyjnie niska cena. Samoloty ultralekkie są samolotami o bardzo niskiej wadze, co bezpośrednio przekłada się na wzrost osiągnięć, takich jak maksymalny zasięg, prędkość przelotowa, ładowność, czy długość rozbiegu. Uzyskanie „złotego środka” pomiędzy masą samolotu a jego osiągnięciami i zapewnieniem odpowiedniego poziomu bezpieczeństwa wymaga wykorzystania nowoczesnych technik projektowania oraz analizy wytrzymałości takich konstrukcji [1, 2]. Projektowanie elementów samolotu wykorzystujące oprogramowanie CAE (ang. Computer Aided Engineering) jest obecnie obowiązującym standardem. Narzędzia CAE pomagają nie tylko w naszkicowaniu elementów, ale także w analizie zachowania się konstrukcji w warunkach eksploatacji, bez konieczności przeprowadzania serii badań eksperymentalnych, które są kosztowne i czasochłonne. Dodatkowo, takie podejście do projektowania może zostać jeszcze bardziej usprawnione poprzez opracowanie narzędzia do automatycznej optymalizacji kształtu konstrukcji pod kątem wymaganych własności użytkowych. Opracowanie oraz implementacja takiego narzędzia bezpośrednio współpracującego z komercyjną aplikacją CAE jest tematem niniejszej pracy. Jako przykład testowy dla opracowanego rozwiązania wybrano optymalizację konstrukcji podwozia samolotu ultralekkiego podczas próby wytrzymałościowej zgodnej z normami FAR (ang. Federal Aviation Regulations).

2. APLIKACJA DO AUTOMATYCZNEJ OPTYMALIZACJI Z WYKORZYSTANIEM PROGRAMÓW CAE

Głównym założeniem opracowanej aplikacji jest automatyzacja zadań optymalizacji realizowanych z wykorzystaniem programów CAE (ang. Computer Aided Engineering). W trakcie prac zaprojektowano i zaimplementowano system komputerowy składający się z niezależnych modułów, który wykorzystuje komercyjne oprogramowanie Simulia Abaqus do realizacji obliczeń metodą elementów skończonych.

Głównym elementem systemu jest moduł odpowiedzialny za realizację algorytmu optymalizacyjnego oraz generowanie pliku konfiguracyjnego wykorzystywanego później przez aplikację Abaqus. Obecnie moduł optymalizacyjny wykorzystuje algorytm Nelder-Meada, jednak architektura aplikacji jest przygotowana w taki sposób,

aby możliwa była implementacja kolejnych algorytmów optymalizacyjnych. Metoda Nelder-Meada należy do grupy bezgradientowych metod optymalizacji [3, 4], a jej ideą jest matematyczne przekształcanie figury geometrycznej, nazywanej dalej sympleksem tak, aby wierzchołki zbliżały się do lokalnego minimum założonej funkcji celu. Sympleks n -wymiarowy definiowany jest jako najmniejszy zbiór wypukły zawierający $n + 1$ wierzchołków $x^0, x^1, x^2, \dots, x^n$, gdzie zbiór $\{x^j - x^0: 1 \leq j \leq n\}$ musi składać się z wektorów liniowo niezależnych. Po wyznaczeniu sympleksu początkowego następuje uszeregowanie wierzchołków od najlepszego rozwiązania oznaczonego jako x^{min} do najgorszego oznaczonego jako x^{max} . Kolejnym krokiem jest wyznaczenie środka ciężkości wierzchołków sympleksu \bar{p} z wyłączeniem wierzchołka p^{max} , który jest opisany w następujący sposób:

$$\bar{p} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i \neq max} p^i \right) \quad (1)$$

Następnie algorytm wykonuje serię przekształceń sympleksu, podczas których dąży do zastąpienia najgorszego rozwiązania w danej iteracji przez rozwiązanie bliższe optymalnemu:

Odbicie: polega na wyznaczeniu nowego punktu będącego symetrycznym obrazem punktu p^{max} względem środka ciężkości sympleksu:

$$p^{odb} = \bar{p} + \alpha(\bar{p} - p^{max}) \quad (2)$$

gdzie: α - współczynnik odbicia o wartości z przedziału $(0, 1]$, przeważnie $\alpha = 1$.

Ekspansja: ma miejsce, gdy po wykonaniu operacji odbicia spełniona jest nierówność $f(p^{odb}) < f(p^{min})$. Współrzędne punktu ekspansji są wyznaczone na podstawie następującego wzoru:

$$p^e = \bar{p} + \gamma(p^{odb} - \bar{p}) \quad (3)$$

gdzie: γ - współczynnik ekspansji będący wartością większą od 1, przeważnie $\gamma = 2$.

Zawężenie: operacja zawężenia jest realizowana, jeśli po wykonaniu odbicia spełniona jest nierówność $f(p^{odb}) \geq f(p^{max})$. Współrzędne punktu zawężenia są obliczane na podstawie wzoru:

$$p^z = \bar{p} + \beta(p^{max} - \bar{p}) \quad (4)$$

gdzie: β - współczynnik zawężenia przyjmujący wartość z przedziału $(0; 1)$, najczęściej $\beta = 0.5$.

Redukcja: przekształcenie jest wykonywane, gdy po wykonaniu operacji zawężenia spełniona jest nierówność $f(p^z) \geq f(p^{max})$. Redukcji podlegają wszystkie wierzchołki sympleksu z wyjątkiem p^{min} zgodnie ze wzorem:

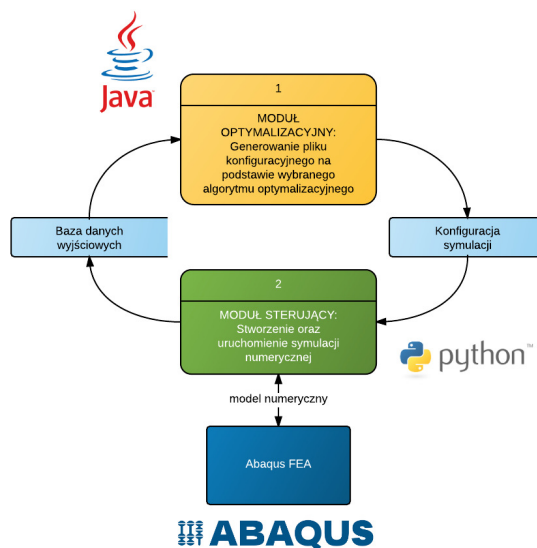
$$p^i = \delta(p^i + p^{min}) \quad (5)$$

dla $i = 0, 1, \dots, n, i \neq min$

gdzie: δ - współczynnik redukcji zawierający się w przedziale (0; 1), natomiast najczęściej wynosi $\delta = 0,5$.

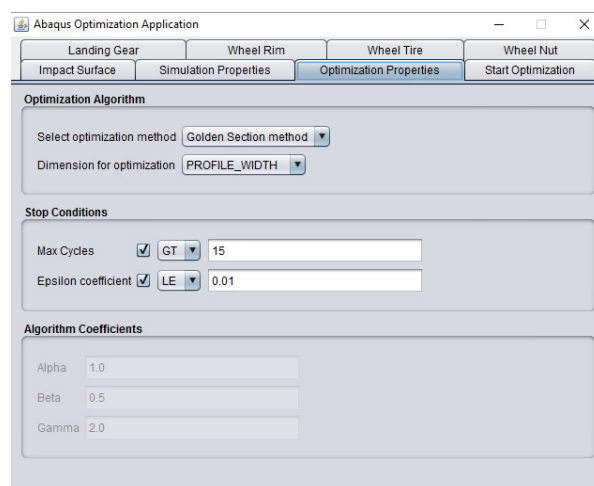
Po uruchomieniu symulacji program generuje współrzędne początkowego sympleksa. Następnie dla każdego wierzchołka automatycznie generowany jest plik konfiguracyjny dla aplikacji Abaqus i uruchamiany jest skrypt odpowiedzialny za konfigurację oraz uruchomienie symulacji. Plik konfiguracyjny, który jest zapisywany w formacie XML, zawiera informacje o wymiarach analizowanego kształtu, danych materiałowych, czy o parametrach odwzorowywanego procesu. Po zakończeniu symulacji moduł optymalizacyjny otwiera plik tekstowy zawierający dane wyjściowe z symulacji, a następnie oblicza wartość funkcji celu, którą przypisuje do odpowiedniego wierzchołka sympleksu. Dodatkowo w przypadku przekroczenia zdefiniowanych ograniczeń optymalizacji, aplikacja oblicza wartość kary, która jest dodawana do wartości funkcji celu. Ten sam schemat działania jest wykonywany dla każdego nowego wierzchołka sympleksu oraz dla każdego nowego przekształcenia.

Kolejnym kluczowym elementem aplikacji jest moduł sterujący zestawem skryptów napisanych w języku Python. Wykorzystuje on udostępniony przez aplikację Abaqus interfejs programistyczny API (ang. Application Programming Interface), który może być wykorzystywany m.in. do automatyzacji procesu tworzenia modelu oraz optymalizacji parametrów wejściowych symulacji [7]. Zadaniem modelu sterującego jest konfiguracja, a następnie uruchomienie symulacji numerycznej na podstawie pliku konfiguracyjnego wygenerowanego przez moduł optymalizacyjny. Wykorzystując interfejs programistyczny aplikacji Abaqus, skrypty automatycznie generują model geometrycznych analizowanego procesu oraz konfigurują wszystkie parametry symulacji i uruchamiają obliczenia. Po zakończeniu moduł sterujący otwiera stworzony plik wynikowy, pobiera z niego wybrane dane wyjściowe i zapisuje je do pliku tekstowego, który wczytywany jest przez moduł optymalizacyjny i wykorzystany do obliczenia wartości funkcji celu. Opracowany schemat komunikacji między modułami został przedstawiony na rys.1.



Rys. 1. Schemat przepływu danych pomiędzy poszczególnymi modułami autorskiej aplikacji optymalizacyjnej

W celu zwiększenia wygody użytkownika opracowana aplikacja posiada przejrzysty graficzny interfejs, który pozwala na ustawienie najważniejszych parametrów zarówno symulacji jak i optymalizacji (Rys. 2).



Rys. 2. Przykładowy ekran interfejsu graficznego modułu optymalizacyjnego

Tak opracowaną aplikację wykorzystano do zaprojektowania kształtu belki analizowanego w pracy podwozia samolotu, umożliwiając zmniejszenie jego masy własnej przy jednoczesnym spełnieniu wymagań próby wytrzymałościowej dla podwozi samolotów ultralekkich.

3. PRÓBA WYTRZYMAŁOŚCIOWA PODWOZIA SAMOŁOTU ULTRALEKKIEGO

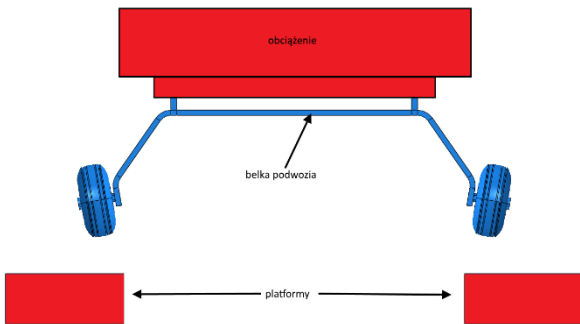
W niniejszej pracy do obliczenia funkcji celu wykorzystano symulację numeryczną odwierciadlającą tzw. test zrzutu swobodnego (ang. drop test) [5]. Polega on na zrzuceniu z określonej wysokości całego analizowanego zestawu podwozia (goleni wraz z kołami) obciążonego masą odpowiadającą maksymalnej

dopuszczalnej masie samolotu na odpowiednio przygotowaną platformę (rys. 3). W celu poprawy odwzorowania warunków panujących podczas przyziemienia cały zestaw podwozia jest nachylony pod kątem odpowiadającym kątowi natarcia samolotu podczas lądowania. Natomiast poprzez odpowiednie nachylenie platformy imitowana jest siła tarcia kół względem płyty pasa startowego. Szczegółowe parametry próby wytrzymałościowej opisane są m.in. przez Federal Aviation Regulations [6]. W paragrafie 473 części 23 określono, jak powinny być dobrane główne parametry próby, czyli obciążenie zestawu oraz prędkość opadania, która powinna być osiągnięta w chwili kontaktu kół z platformą:

$$V_s = 4,4 \left(\frac{0,45W_t}{0,93S} \right)^{0,25} \quad (6)$$

$$W_t = 0,96W \quad (7)$$

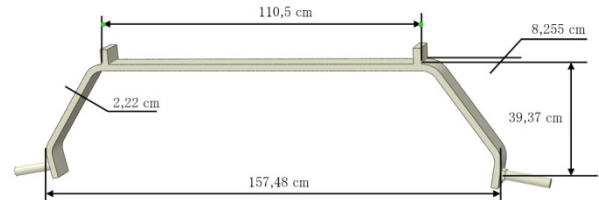
gdzie: V_s – prędkość opadania [m/s],
 W_t – masa samolotu przy lądowaniu [kg],
 W – dopuszczalna masa samolotu [kg],
 S – powierzchnia nośna skrzydeł [m²]. Współczynniki przy parametrach W_t oraz S wynikają z przejścia z brytyjskiego systemu miar do układu SI.



Rys. 3 Aparatura przeznaczona do testowania podwozia lotniczego przeznaczonego dla samolotów lekkich w momencie przyziemienia

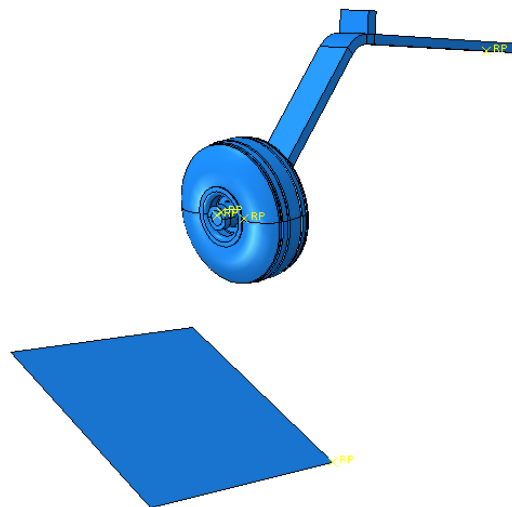
Rys. 3 przedstawia przykładowy zestaw testowy przed przeprowadzeniem próby zrzutu. Wynikiem próby jest zarejestrowany obraz wideo na kamerze szybkoobrotowej oraz przeprowadzana jest wizualna ocena stanu belki podwozia. Ponieważ próba nie dostarcza danych, które w liczbowy sposób opisują naprężenia oraz odkształcenia belki w trakcie przyziemienia, metoda ta jest mało przydatna w trakcie etapu projektowania i modyfikacji analizowanego elementu. To ograniczenie jest szczególnie istotne w przypadku opracowywania konstrukcji wpływającej na ograniczenie masy własnej elementu. Tak jak wspomniano, w tym przypadku bardzo pomocne jest komputerowe wspomaganie projektowania. Wyniki z symulacji numerycznej mogą z powodzeniem zostać wykorzystane jako rozwinięcie badań laboratoryjnych, ponieważ pozwalają na zebranie danych, których uzyskanie jest niemożliwe w badaniach eksperymentalnych, np. rozkład naprężeń czy odkształceń w badanym elemencie.

Pierwszym etapem tworzenia modelu numerycznego jest odwzorowanie geometrii najważniejszych elementów zestawu testowego: golenie, felgi oraz opony. Do wykonania modelu podwozia odwzorowującego rzeczywistą konstrukcję wykorzystano dokumentację techniczną samolotu Zenith CH 701 (rys. 4).



Rys. 4. Wymiary belki podwozia samolotu Zenith CH 701, źródło: Grove Aircraft Landing Gear Systems Inc.

Na rys. 5. przedstawiono złożenie opracowanych modeli geometrycznych w badanej próbie wytrzymałościowej. Ponieważ zachowanie się podwozia jest w próbie symetryczne, w modelu numerycznym odwzorowano połowę belki podwozia wraz z oponą i felgą, a także platformę, na którą upuszczane jest podwozie. Taki zabieg umożliwił ograniczenie rozmiaru modelu, a przez to zredukowanie czasu obliczeń oraz ilości generowanych danych wyjściowych.



Rys. 5 Model próby wytrzymałościowej wykorzystany w symulacji

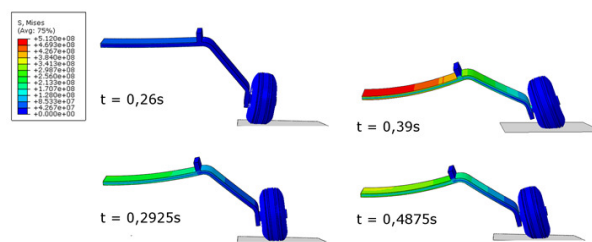
Kolejnym etapem po wykonaniu modelu geometrycznego jest określenie charakteru symulacji, parametrów modelu konstytutywnego opisującego badane materiały oraz warunki brzegowe odwzorowujące analizowaną próbę. Tabela 1 przedstawia dane materiałowe kolejnych elementów analizowanego układu. Należy podkreślić, że prezentowany model numeryczny miał na celu weryfikację działania systemu optymalizacyjnego, z tego względu zdecydowano się na wykorzystanie uproszczonego modelu liniowego, do którego opisu wystarczą trzy podstawowe parametry: gęstość materiału, moduł Younga oraz współczynnik Poissona. Natomiast charakterystyka prezentowanego systemu optymalizacyjnego, a dokładniej wykorzystanie

komercyjnego oprogramowania MES, umożliwia łatwe rozszerzenie modelu o nieliniowe modele konstytutywne, co umożliwiłoby poprawienie jakości otrzymywanych wyników.

Tab. 1. Własności materiałów wykorzystanych w symulacji, źródło: ASM Aerospace Specification Metals, Inc.

Element	Materiał	Gęstość [kg/m ³]	Moduł Younga [GPa]	Liczba Poissona
belka	Alumin 7075T6	2810	71,7	0,33
opona	guma	6100	0,09	0,3
nakrętka	Ti6Al4V	4420	114	0,34

Podczas tworzenia modelu numerycznego w aplikacji Abaqus wykorzystano podejście typu explicit oparte na jawnej metodzie całkowania równań ruchu. W celu odwzorowania warunków panujących podczas przyziemienia, w opracowywanym modelu zdefiniowano trzy kluczowe parametry. Główną siłą działającą na badane podwozie jest grawitacja. Jej oddziaływanie zostało uwzględnione w symulacji poprzez zdefiniowane wartości przyspieszenia przemieszczającego się podwozia, którego wartość określono na $9,81 \text{ m/s}^2$. W celu unieruchomienia podwozia podczas kontaktu z oponami zablokowano wszystkie stopnie swobody tego elementu. Kolejnym istotnym parametrem jest masa samolotu obciążająca podwozie podczas przyziemienia. Jego wartość to $0,96$ dopuszczalnej masy samolotu, czyli w badanym przypadku jest to 480 kg . Parametrem procesu wymagającym uwzględnienia w symulacji jest również wartość ciśnienia powietrza w oponach. Ta wartość została dobrana tak, aby umożliwić realistyczne odwzorowanie zachowania opony w momencie zderzenia z podłożem i wynosi 500 kPa . Dodatkowo połączenia elementów: felgi z oponą oraz nakrętki z osią koła zostały ustawione jako sztywne, przez co uniemożliwiono ich ruch względem siebie. Natomiast w przypadku par kontaktowych, gdzie dopuszczony jest ruch (np. obrót felgi po osi, ruch opony po podłożu), zdefiniowano odpowiednie warunki tarcia. W obydwóch przedstawionych przypadkach współczynnik tarcia ma bardzo niską wartość, aby umożliwić swobodny ruch między wymienionymi parami elementów. Ostatnim parametrem symulacji jest czas, który ustawiono na $0,65 \text{ s}$. Wartość ta została określona tak, aby w trakcie tego przedziału czasowego belka podwozia opadła z ustalonej wysokości, nastąpiło jej ugięcie oraz odbicie aż do ponownego oderwania opony od podłoża. Przykładowe otrzymane wyniki umożliwiają zapoznanie się np. z rozkładem wartości naprężenia w belce podwozia i jego zmianą w czasie przyziemienia, co ilustruje rys. 6.



Rys. 6. Sekwencja wyników przedstawiająca zmianę kształtu belki podwozia wraz z rozkładem wartości naprężenia dla wybranych wartości czasu

Na podstawie analizy otrzymanych wyników można określić lokalną maksymalną wartość naprężenia von Misesa w belce wynoszącą 512 MPa , co w niewielkim stopniu przekracza granicę plastyczności stopu aluminium 7075 T6 wynoszącą 503 MPa . Tak przygotowany model wykorzystano jako daną wejściową do opisywanej powyżej aplikacji do automatycznego projektowania kształtu belki spełniającej zadane wymagania konstrukcyjne. Uzyskane wyniki opisano w kolejnej części niniejszej pracy.

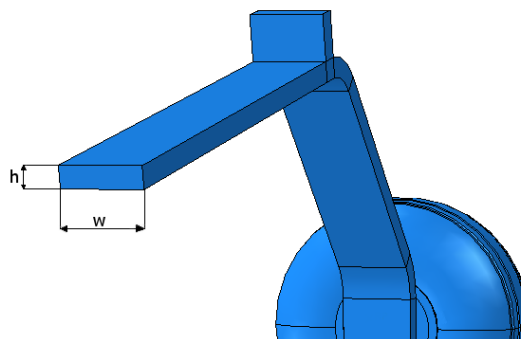
4. WYNIKI OPTYMALIZACJI

Prezentowany problem optymalizacyjny opisuje następujący wzór:

$$f(x) \rightarrow \min \quad (8)$$

gdzie: f – funkcja celu będąca masą belki,
 x – wektor optymalizowanych wymiarów belki, w opisywanym przypadku jest to wysokość (h) i szerokość (w) profilu.

Dodatkowo wprowadzono ograniczenie w postaci maksymalnej wartości naprężenia von Misesa. W przypadku jej przekroczenia do wartości funkcji celu doliczana jest wartość funkcji kary, która jest proporcjonalna do różnicy między maksymalną a otrzymaną wartością naprężenia. Wymiary belki podwozia wykorzystane jako zmienne projektowe zostały przedstawione na rys. 7.



Rys. 7. Szkic przedstawiający wymiary belki poddanej optymalizacji

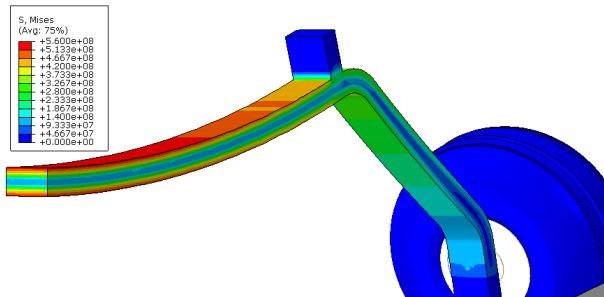
W celu ilustracji możliwości opracowanej aplikacji wykonano optymalizację kształtu podwozia wykonanego

z aluminium 7075 T6, które jest obecnie wykorzystywane przy produkcji belki z rys. 7. W pierwszej kolejności wygenerowany został simpleks początkowy stanowiący dane wejściowe dla metody Nelder-Meada. Składał się on z trzech wierzchołków, z czego pierwszy oparty był na wymiarach belki będącej obecnie w produkcji, natomiast dwa kolejne powstały przez zaburzenie poszczególnych wymiarów analizowanej belki. Wymiary oraz masy wygenerowanych belek podwozia zostały przedstawione w tab. 2.

Tab. 2. Tabela przedstawiająca wierzchołki początkowego simpleksa dla stopu aluminium 7075 T6

wierzchołek	szerokość	wysokość	Masa belki [kg]	Masa + kara [kg]
1	8,26	2,22	11,98	11,98
2	9,91	2,22	14,23	14,23
3	8,26	2,67	14,06	14,06

Analizując dane wejściowe, można zauważyć, iż najkorzystniejszą masę ma element o szerokości przekroju 8,26 cm oraz wysokości przekroju 2,22 cm. Po wykonaniu optymalizacji uzyskano belkę o wymiarach $w = 5,07\text{ cm}$ i $h = 2,78\text{ cm}$. W efekcie uzyskano masę elementu równą 9,23 kg. Zatem w porównaniu do elementu wyjściowego uzyskano redukcję masy o ok 23%. Rozkład naprężeń uzyskanych w chwili największego odkształcenia belki przedstawiono na rys. 8.



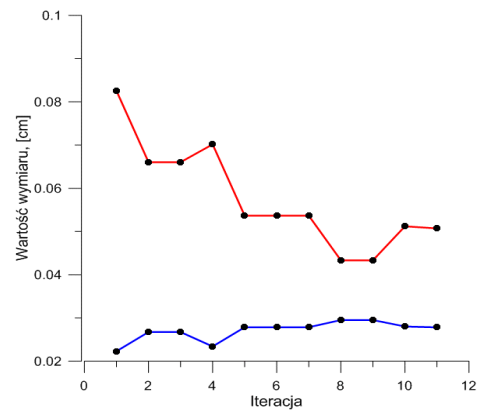
Rys. 8. Rozkład wartości intensywności naprężenia w chwili przyziemia dla belki o wymiarach $w = 5,07$ i $h = 2,78\text{ cm}$ wykonanej z aluminium 7075 T6

W tab. 3. przedstawiono zestawienie poszczególnych parametrów dla belki wyjściowej i rozwiązania osiągniętego z użyciem metody Nelder-Meada.

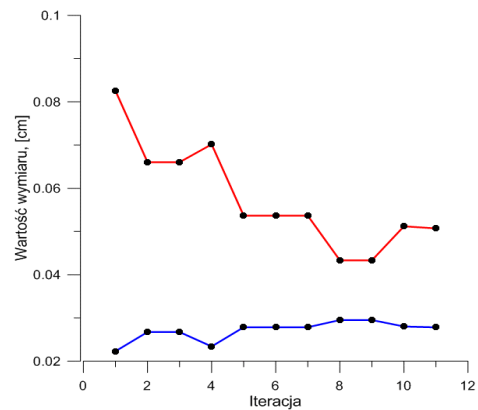
Tab. 3. Tabela przedstawiająca wierzchołki początkowego simpleksa dla stopu aluminium 7075 T6

	Belka wyjściowa	Rozwiązanie otrzymane z algorytmu Nelder-Meada
Szerokość profilu [cm]	8,26	5,07
Wysokość profilu [cm]	2,22	2,78
Masa belki [kg]	11,98	9,23

Maks. naprężenie 512 551 [MPa]



Rys. 9 przedstawia natomiast zmianę obydwóch wymiarów w czasie optymalizacji. Jak można zaobserwować, dużo większym zmianom została poddana szerokość belki niż jej wysokość. Na wykresie widać również, że gdy szerokość belki ulegała zmniejszeniu, grubość zostaje w niewielkim stopniu zwiększona.



Rys. 9. Zmiana szerokości i wysokości profilu belki w kolejnych iteracjach algorytmu dla aluminium 7075 T6

5. PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano opracowaną aplikację optymalizacyjną, która, w połączeniu z komercyjnym programem MES do analizy numerycznej, pozwala na efektywne wspomaganie etapu projektowania elementów konstrukcyjnych. Opracowany system przetestowano na przykładzie optymalizacji kształtu belki podwozia samolotu ultralekkiego. Wykonane próby wykazały, że aplikacja pozwala na automatyczne dobranie takich wymiarów komponentu, aby masa została zredukowana w porównaniu do elementu produkowanego obecnie przy jednoczesnym spełnieniu obowiązujących norm bezpieczeństwa.

Podczas implementacji zaproponowano modułową architekturę programu, gdzie każdy moduł ma ściśle określone zadania. Dzięki takiej budowie możliwe jest łatwe rozbudowywanie opracowanego systemu, np.

poprzez podmianę modułu optymalizacyjnego na inny bazujący na bardziej złożonej metodzie optymalizacji. Warto również zaznaczyć, że modułowa konstrukcja aplikacji pozwala na analizę wielu różnych procesów i

testów. Po wprowadzeniu niewielkich modyfikacji aplikacja może zostać wykorzystana do zadań optymalizacji parametrów w procesach np. przeróbki plastycznej [8], czy obróbki skrawaniem.

Literatura

1. Ahamed S. N., Kumar J. V., Sravani P.: Weight optimization of empennage of light weight aircraft. "International Journal of Scientific & Technology Research" 2014, Vol. 3, Iss. 4, p. 40–57.
2. Jweeg M. J., AL-Tournachi S. J., Abid-Aun S. H.: Optimization of light weight aircraft wing structure. "Journal of Engineering and Development" 2008, Vol. 12, No. 1, p. 1-22.
3. Nelder J.A., Mead R. : A simplex method for function minimization. "The Computer Journal" 1965, Vol. 7, p. 308–313.
4. Danielewska-Tulecka A., Kusiak J., Oprocha P.: Optymalizacja: wybrane metody z przykładami zastosowań. Warszawa: Wyd. Nauk. PWN, 2009.
5. Di Leo R., De Fenza A., Barile M., Lecce L.: Drop test simulation for an aircraft landing gear via multi-body approach. "Archive of Mechanical Engineering" 2014, Vol. 61, No. 2, p. 287–304.
6. 14 Code of Federal Regulation Part 23.473
7. Gassara F., Hambli R., Bouraoui T., El Halouani F., Soulat D.: Optimization of springback in L-bending process using a coupled Abaqus/Python algorithm. "International Journal of Advanced Manufacturing Technology" 2009, Vol. 44, Iss. 1, p. 61–67.
8. Legwand A., Perzyński K., Madej Ł., Pietrzyk M.: Approach for an automatic optimisation of production chain as a tool for intelligent manufacturing in metal. "Computer Methods in Materials Science" 2014, Vol. 14, p. 64–74.



Artykuł dostępny na podstawie licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0 Polska.
<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/pl>