

MODELOWANIE TRAJEKTORII RUCHU DWUKOŁOWEGO ROBOTA MOBILNEGO NA PODSTAWIE RUCHU OBROTOWEGO WZGLĘDEM ŚRODKA CHWILOWEGO OBROTU

ADAM SREBRO

*Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej, Politechnika Warszawska
e-mail: srebroa@ee.pw.edu.pl*

Streszczenie. W pracy przedstawiono metody obliczania współrzędnych środka chwilowego obrotu robota ICR (ang. Instantaneous Center of Rotation) dla dwukołowego robota mobilnego na płaszczyźnie. Metody te pozwalają na obliczenie współrzędnych tego punktu przy znanych prędkościach liniowych oraz współrzędnych środka masy robota. Zaprezentowane metody stanowią dopełnienie transformacji afinicznych opisujących ruch robota na płaszczyźnie i pozwalają na zaprojektowanie algorytmu symulującego trajektorię ruchu robota w zależności od sygnałów sterowania prędkością. Przykładowy algorytm został zaimplementowany w środowisku symulacyjnym robota mobilnego napisanym w Javie. Dodatkowo przedstawiono i omówiono symulacje trajektorii ruchu robota dla rozpatrywanego różnicowego układu sterowania.

1. WSTĘP

Modelowanie ruchu kołowych robotów mobilnych odbywa się na podstawie różnych modeli kinematycznych i dynamicznych. Model zawsze jest przybliżeniem zakładającym pewne warunki pracy układu, które w rzeczywistości mogą ulegać zmianie. Złożone modele stosunkowo dobrze oddają działanie układu modelowanego w warunkach laboratoryjnych, w których dany model był testowany. W przypadku dużej zmienności parametrów i pojawiania się nowych czynników mających zwykle nieokresowy wpływ na obiekt używanie uproszczonego modelu jest często bardziej efektywne obliczeniowo i niekiedy obciążone mniejszymi błędami.

W symulacjach komputerowych do opisu zmiany położenia zbioru punktów na płaszczyźnie wykorzystuje się transformacje afiniczne. Z punktu widzenia sterowania interesujące są modele, które pozwalają w krótkim czasie wyznaczyć położenie obiektu w danej chwili przy znanych wartościach sygnałów sterowania. Modele takie pozwalają w łatwy sposób na badanie różnych algorytmów sterowania.

Przykłady kinematycznych modeli wykorzystujących teorię środka chwilowego obrotu dla mobilnych robotów z napędem na cztery koła typu 4WS4WD (ang. four-wheel steering and four-wheel driving) można znaleźć w pracach [1-2]. Model kinematyczny robota gąsienicowego z napędem różnicowym opisano w pracy [3].

W niniejszym artykule przedstawiono algorytm pozwalający zamodelować ruch dwukołowego robota mobilnego ze sterowaniem różnicowym. W algorytmie tym zastosowano autorskie metody wyznaczania środka chwilowego obrotu robota na podstawie znanych wartości prędkości liniowych w bieżącej chwili oraz położenia środka masy robota w chwili poprzedniej. Szczegółowo omówiono charakterystyczne trajektorie ruchu robota dla sterowania różnicowego.

2. MODELOWANIE RUCHU NA PŁASZCZYŹNIE

Rozważano ruch robota jako ruch bryły sztywnej na płaszczyźnie w globalnym układzie odniesienia. W przestrzeni dwu wymiarowej wszystkie ruchy bryły sztywnej można opisać za pomocą translacji, rotacji lub kombinacji obu tych transformacji. Jeżeli obrót robota ma zostać wykonany względem dowolnie wybranego punktu P (w praktyce oznacza to punkt różny od środka masy robota), to należy wykonać trzy operacje:

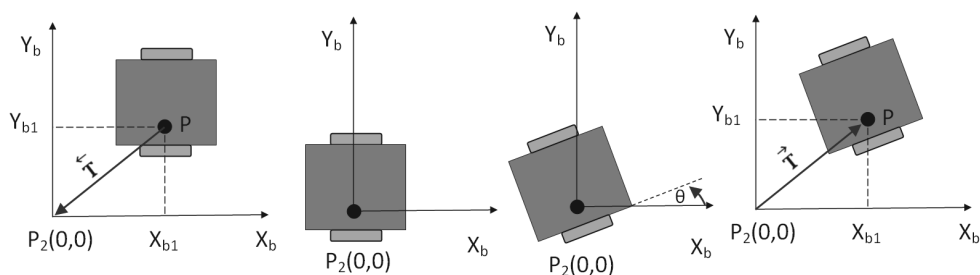
- translację robota o wektor T tak, aby punkt P pokrył się ze środkiem globalnego układu współrzędnych $P_2(0,0)$
- rotację względem globalnego układu współrzędnych o zadany kąt θ
- translację z powrotem o wektor T do punktu początkowego P

W rezultacie tych transformacji otrzymuje się wynikową macierz daną wzorem:

$$T(x_{b1}, y_{b1})R(\theta)T(-x_{b1}, -y_{b1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_{b1} \\ 0 & 1 & y_{b1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_{b1} \\ 0 & 1 & -y_{b1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \quad (1)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & y_{b1} \sin \theta + x_{b1}(1 - \cos \theta) \\ \sin \theta & \cos \theta & -x_{b1} \sin \theta + y_{b1}(1 - \cos \theta) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wykonując kolejne transformacje afiniczne dane wzorem (1), uzyskuje się kolejne pozycje położenia robota w globalnym układzie odniesienia. Tę metodę postępowania przedstawia w sposób graficzny rys. 1.



Rys. 1. Modelowanie obrotu robota względem dowolnie wybranego punktu P na płaszczyźnie

2.1. Ruch obrotowy względem środka chwilowego obrotu

Pierwsze twierdzenie Eulera mówi, że: „Dowolne przemieszczenie figury płaskiej w jej płaszczyźnie może być dokonane za pomocą obrotu wokół pewnego punktu zwanego

środkiem obrotu” [4]. Dla każdej chwili można metodami geometrii wykreślnej wyznaczyć położenie tego punktu, wiedząc, że chwilowa prędkość w tym punkcie $V_{ICR} = 0$ oraz znając wektory prędkości liniowych dwóch różnych punktów tej figury lub wektor prędkości liniowej jednego punktu oraz prędkość kątową figury [5].

3. MODELOWANIE RUCHU ROBOTA ZE STEROWANIEM RÓŻNICOWYM

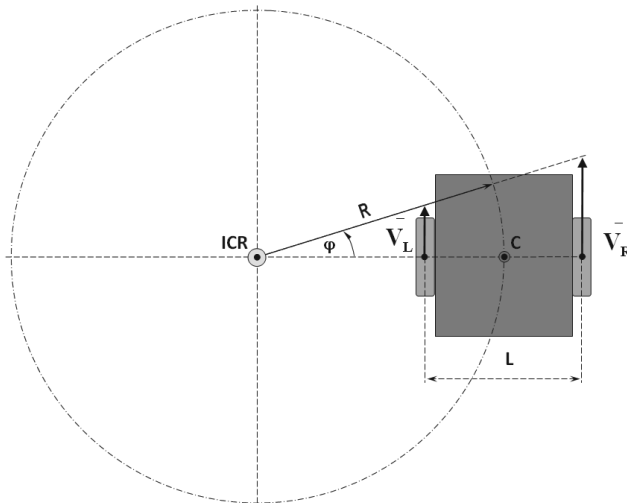
3.1. Ruch obrotowy robota dwukołowego względem środka chwilowego obrotu

Roboty dwukołowe ze sztywno osadzonymi osiami kół względem podwozia są często spotykanymi konstrukcjami w praktycznych zastosowaniach ze względu na ich stosunkowo prostą budowę wynikającą z braku mechanicznego układu kierowniczego. Skrętna oś kół napędowych stosowana powszechnie w pojazdach samochodowych została tu zastąpiona napędem różnicowy, który pozwala robotowi osiągać różny promień skrętu w zależności od sterowania prędkością kątową kół napędowych. Dodatkowo wytrzymała konstrukcja układu napędowego pozwala na wykorzystanie takich robotów do pracy w trudnych warunkach środowiskowych.

Ruch robota ze sterowaniem różnicowym można opisać dla każdej chwili t jako ruch obrotowy po okręgu o promieniu $R(t)$. Traktując robota jako bryłę sztywną, dla każdej chwili t możemy zapisać równanie na prędkość kątową:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (2)$$

Środek chwilowego obrotu robota można wyznaczyć geometrycznie, znając wektory prędkości liniowych [6-7], co pokazuje rys. 2.



Rys. 2. Geometryczne wyznaczanie środka chwilowego obrotu (ICR)

W każdej chwili t chwilowe prędkości kątowe wszystkich punktów bryły sztywnej są sobie równe. Dla punktów znajdujących się w środkach osi symetrii kół robota można zapisać równania na prędkości liniowe:

$$V_R(t) = \omega(t) \left(R(t) + \frac{L}{2} \right), \quad V_L(t) = \omega(t) \left(R(t) - \frac{L}{2} \right) \quad (3)$$

gdzie: L – odległość między środkami symetrii kół

Zakładając, że środek masy pokrywa się ze środkiem geometrycznym robota, można obliczyć prędkość liniową tego punktu z zależności:

$$V_C(t) = \omega(t)R(t), \quad V_C(t) = \frac{V_R(t) + V_L(t)}{2} \quad (4)$$

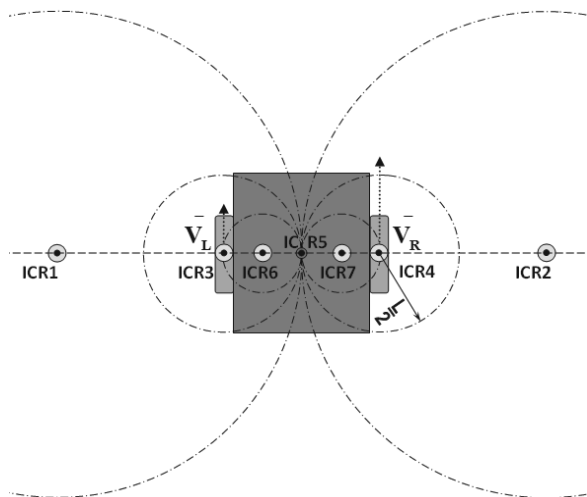
Rozwiązując układ równań (3), otrzymano ostatecznie zależność na promień okręgu $R(t)$, po którym porusza się środek geometryczny robota oraz zależność na prędkość kątową robota:

$$R(t) = \frac{L V_R(t) + V_L(t)}{2 V_R(t) - V_L(t)} \quad (5)$$

$$\omega(t) = \frac{V_R(t) - V_L(t)}{L} \quad (6)$$

3.2. Możliwości ruchu robota dwukołowego przy sterowaniu różnicowym

W zależności od zwrotów i wartości wektorów prędkości liniowych \vec{V}_R i \vec{V}_L robota można rozróżnić 7 charakterystycznych trajektorii ruchu robota. Każdej z tych trajektorii odpowiada inne położenie środka chwilowego obrotu (ICR), co przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Charakterystyczne położenia ICR dla różnych zwrotów i wartości prędkości

Przyjęto założenie, że istniejące wektory prędkości liniowych są kolinearne i zaczepione:

$$\vec{V}_R \parallel \vec{V}_L \Leftrightarrow \exists_{k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} \left(\vec{V}_R = k \vec{V}_L \right) \quad (7)$$

Ustalono dodatkowo określony zwrot wypadkowego wektora prędkości związanego ze środkiem masy robota (nie rozpatrywano tu jazdy robota do tyłu, która może być rozpatrywana przez analogię):

$$\vec{V}_C \parallel \vec{V}_R \parallel \vec{V}_L \Leftrightarrow \exists_{k_1, k_2 \in R \setminus \{0\}} \left(\vec{V}_R = k_1 \vec{V}_C \right) \wedge \left(\vec{V}_L = k_2 \vec{V}_C \right), \quad \vec{V}_C \geq 0 \quad (8)$$

Dla przypadku, kiedy wektory prędkości mają ten sam zwrot i wartości, robot porusza się ruchem postępowym (promień R dąży do nieskończoności). Dodatkowo można rozróżnić 7 innych przypadków i odpowiadających im trajektorii z rys. 3.:

$$\begin{aligned} 1. & \left| \vec{V}_R \right| > \left| \vec{V}_L \right| \wedge \left(\vec{V}_L \neq \vec{0} \wedge k > 0 \right) \Rightarrow \left| \vec{R} \right| \in \left(\frac{L}{2}; +\infty \right) \\ 2. & \left| \vec{V}_L \right| > \left| \vec{V}_R \right| \wedge \left(\vec{V}_R \neq \vec{0} \wedge k > 0 \right) \Rightarrow \left| \vec{R} \right| \in \left(-\infty; -\frac{L}{2} \right) \\ 3. & \left| \vec{V}_R \right| > \left| \vec{V}_L \right| \wedge \left(\vec{V}_L = \vec{0} \right) \Rightarrow \left| \vec{R} \right| = \frac{L}{2} \\ 4. & \left| \vec{V}_L \right| > \left| \vec{V}_R \right| \wedge \left(\vec{V}_R = \vec{0} \right) \Rightarrow \left| \vec{R} \right| = -\frac{L}{2} \\ 5. & \vec{V}_L = -\vec{V}_R \wedge (k < 0) \Rightarrow \left| \vec{R} \right| = 0 \\ 6. & \left| \vec{V}_R \right| > \left| \vec{V}_L \right| \wedge \left(\vec{V}_L \neq \vec{0} \wedge k < 0 \right) \Rightarrow \left| \vec{R} \right| \in \left(0; \frac{L}{2} \right) \\ 7. & \left| \vec{V}_L \right| > \left| \vec{V}_R \right| \wedge \left(\vec{V}_R \neq \vec{0} \wedge k < 0 \right) \Rightarrow \left| \vec{R} \right| \in \left(-\frac{L}{2}; 0 \right) \end{aligned} \quad (9)$$

3.3. Obliczanie współrzędnych środka chwilowego obrotu

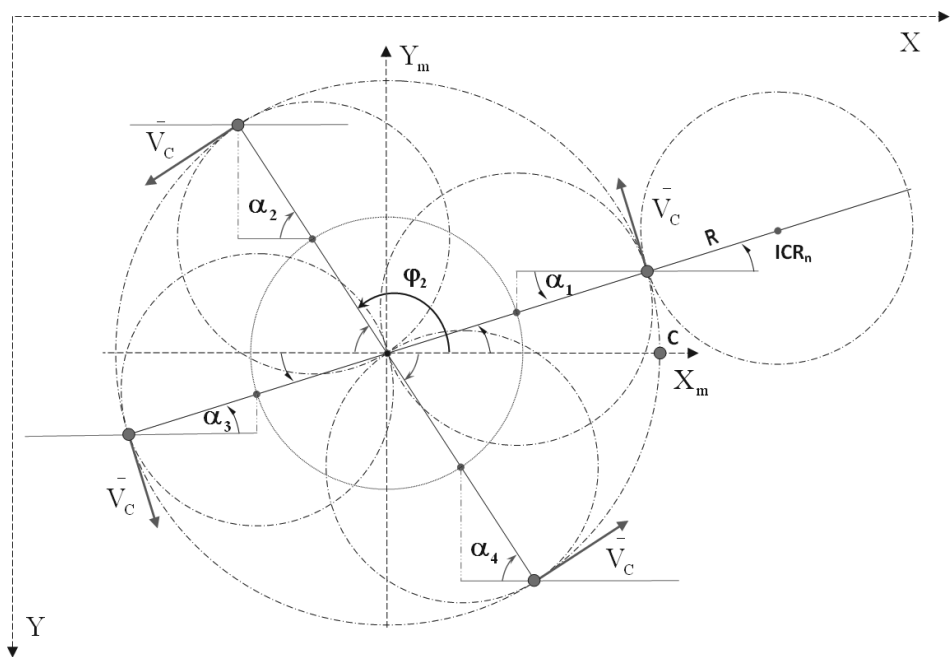
W symulacjach komputerowych często wykorzystuje się funkcje transformacji afinicznych zaimplementowane w bibliotekach środowisk programistycznych. Aby zasymulować trajektorię ruchu robota, trzeba znać położenie środka chwilowego obrotu względem, którego będzie dokonywana rotacja o kąt jednostkowy w każdym kolejnym kroku programu. ICR zmienia swoje położenie w chwilach, kiedy występuje zmiana prędkości, z wyjątkiem przypadku proporcjonalnej zmiany obu prędkości danego wzorem:

$$\left(V_R(t) = kV_R(t-1) \wedge V_L(t) = kV_L(t-1) \wedge k > 0 \right) \Rightarrow (R(t) = R(t-1), \quad \omega(t) \neq \omega(t-1)) \quad (10)$$

Przyjęto, że masa punktowa C reprezentująca geometryczny środek robota porusza się po okręgu o promieniu R oraz kąt $\varphi(t)$ jest mierzony względem osi X_m lokalnego układu współrzędnych zaczepionego w punkcie ICR(t) w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara. Kąt pełny należy podzielić na cztery równe części po 90 stopni jak pokazano na rys. 4. Z zależności trygonometrycznych dla czterech charakterystycznych położenia punktu C, na którym jest zaczepiony wypadkowy wektor \vec{V}_C można obliczyć współrzędne ICR z równań (11).

Pierwsza proponowana metoda pozwala wyznaczyć współrzędne środka chwilowego obrotu dla chwili t, gdy jest dane sterowanie dla tej chwili $V_R(t)$ i $V_L(t)$, które bezpośrednio wpływa na promień R(t) oraz jest znane położenie środka masy robota w chwili (t-1).

W drugiej metodzie współrzędne środka chwilowego obrotu dla chwili t obliczane są na podstawie położenia tego środka w chwili (t-1) oraz sterowania dla chwili t i (t-1).



Rys. 4. Charakterystyczne kąty dla różnych położeń masy punktowej C

Wartości współrzędnych środka chwilowego obrotu w globalnym układzie odniesienia XY dla metody pierwszej (ICR_I) i drugiej (ICR_{II}) oblicza się z poniższych równań:

$$1. \varphi(t-1) \in [0;90) \quad \alpha(t) = \varphi(t-1)$$

$$ICR_I(t) = (x_c(t-1) - m_I |R(t)| \cos \alpha(t); \quad y_c(t-1) + m_I |R(t)| \sin \alpha(t))$$

$$ICR_{II}(t) = (ICR_x(t-1) + (m_{II} |R(t-1)| + |R(t)|) \cos \alpha(t); \quad ICR_y(t-1) - (m_{II} |R(t-1)| + |R(t)|) \sin \alpha(t))$$

$$2. \varphi(t-1) \in [90;180) \quad \alpha(t) = 180 - \varphi(t-1)$$

$$ICR_I(t) = (x_c(t-1) + m_I |R(t)| \cos \alpha(t); \quad y_c(t-1) - m_I |R(t)| \sin \alpha(t))$$

$$ICR_{II}(t) = (ICR_x(t-1) - (m_{II} |R(t-1)| + |R(t)|) \cos \alpha(t); \quad ICR_y(t-1) + (m_{II} |R(t-1)| + |R(t)|) \sin \alpha(t))$$

(11)

$$3. \varphi(t-1) \in [180;270) \quad \alpha(t) = \varphi(t-1) - 180$$

$$ICR_I(t) = (x_c(t-1) + m_I |R(t)| \cos \alpha(t); \quad y_c(t-1) - m_I |R(t)| \sin \alpha(t))$$

$$ICR_{II}(t) = (ICR_x(t-1) - (m_{II} |R(t-1)| + |R(t)|) \cos \alpha(t); \quad ICR_y(t-1) + (m_{II} |R(t-1)| + |R(t)|) \sin \alpha(t))$$

$$4. \varphi(t-1) \in [270;360] \quad \alpha(t) = 360 - \varphi(t-1)$$

$$ICR_I(t) = (x_c(t-1) - m_I |R(t)| \cos \alpha(t); \quad y_c(t-1) - m_I |R(t)| \sin \alpha(t))$$

$$ICR_{II}(t) = (ICR_x(t-1) + (m_{II} |R(t-1)| + |R(t)|) \cos \alpha(t); \quad ICR_y(t-1) + (m_{II} |R(t-1)| + |R(t)|) \sin \alpha(t))$$

gdzie:

$\varphi(t)$ – kąt między osią X_m lokalnego układu współrzędnych zaczepionego w punkcie ICR a normalną do wektora prędkości \vec{V}_C w chwili t .

$\alpha(t)$ – kąt między prostą równoległą do osi X i przechodzącą przez środek masy robota a normalną do wektora prędkości \vec{V}_C w chwili t .

$x_c(t-1); y_c(t-1)$ – współrzędne środka masy robota w globalnym układzie odniesienia XY

m_I, m_{II} – mnożniki odpowiednio dla metody pierwszej i drugiej obliczania ICR

Wartości mnożników określa się z poniższych równań:

$$\begin{aligned} m_I = -1, \quad m_{II} = 1 \quad \text{dla} \quad V_R(t) - V_L(t) \neq k(V_R(t-1) - V_L(t-1)) \wedge k > 0 \\ m_I = 1, \quad m_{II} = 0 \quad \text{dla} \quad V_R(t) - V_L(t) = k(V_R(t-1) - V_L(t-1)) \wedge k > 0 \end{aligned} \quad (12)$$

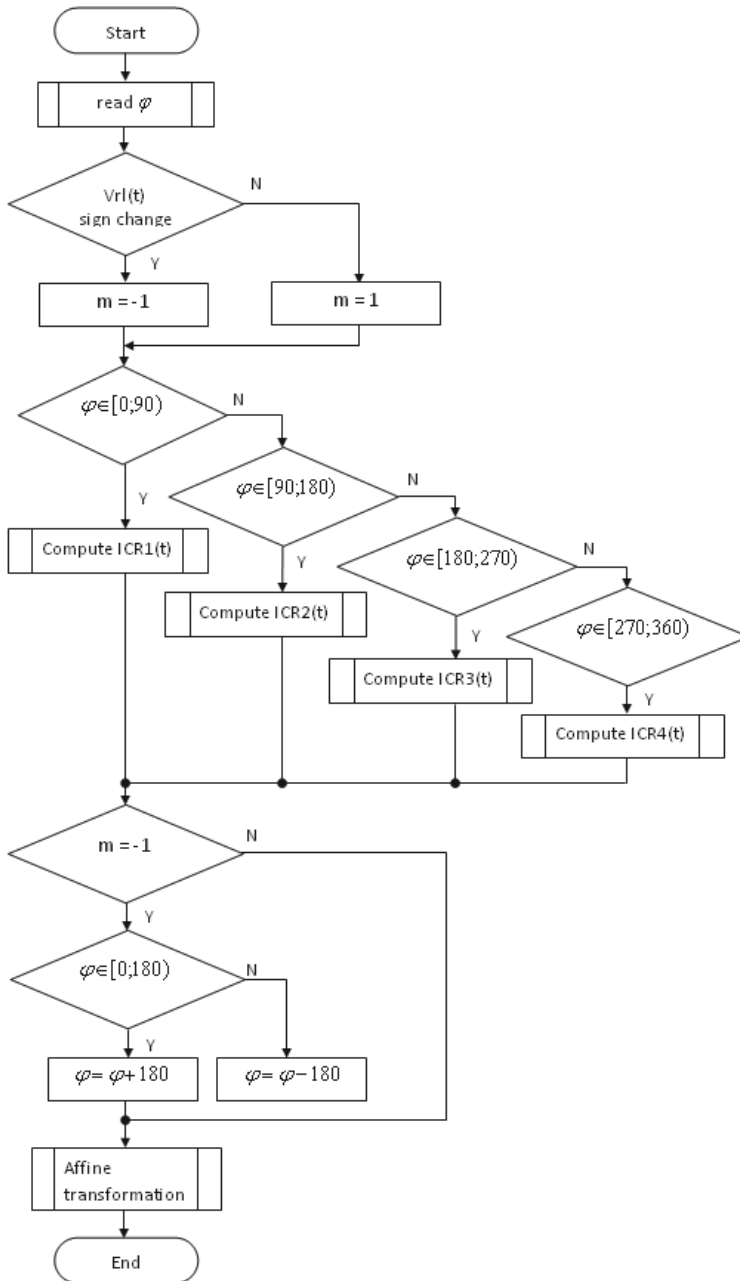
3.4. Algorytm symulujący trajektorię ruchu robota mobilnego

W algorytmie symulującym trajektorię ruchu robota mobilnego z rys. 5. wykorzystano opisaną wcześniej metodę pierwszą wyznaczania ICR. Bieżąca wartość kąta $\varphi(t)$ jest odczytywana, gdy następuje zmiana prędkości w stosunku do chwili poprzedniej. Badany jest znak tej zmiany i na podstawie równań (12) obliczany jest mnożnik m_I . W kolejnym kroku obliczane są współrzędne ICR_I z równań (11). Jeżeli mnożnik $m_I = -1$, to następuje zmiana kąta $\varphi(t)$ o 180 stopni. Mając obliczone współrzędne środka chwilowego obrotu, dokonuje się obrotu robota względem niego o kąt jednostkowy $\Delta\varphi$.

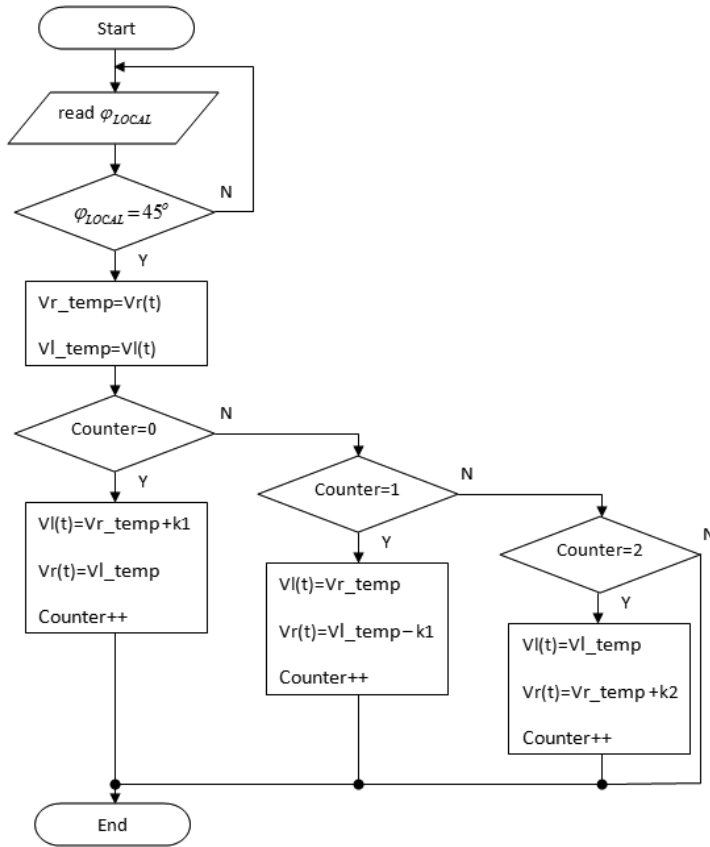
4. SYMULACJE

Symulacje poprawności działania algorytmu przeprowadzono w symulatorze robota mobilnego napisanym przez autora w Javie. W algorytmie wykorzystano transformacje afiniczne, tj.: translacja i rotacja z klasy `Java.awt.geom.AffineTransform class`. Rys. 7. przedstawia przykładową teoretyczną trajektorię testową i odpowiadającą jej symulację. Przyjęto, że pozycja początkowa robota jest znana, a kolejne pozycje robota wyznaczone są zgodnie z algorytmem z rys. 5.

Sterowanie prędkościami odbywa się na podstawie algorytmu, którego schemat blokowy przedstawia rys. 6. Bieżąca wartość kąta $\varphi_{LOCAL}(t)$ jest odczytywana i jeżeli jego wartość jest równa 45 stopni, to wartości prędkości liniowych zostają zapisane w zmiennych pomocniczych `Vr_temp` i `Vl_temp`. W kolejnym kroku sprawdzana jest wartość zmiennej `Counter`. Jeżeli wynosi ona 0, 1 lub 2, to następuje aktualizacja wartości prędkości według określonych wzorów z rys.6.



Rys. 5. Schemat blokowy algorytmu symulującego trajektorię ruchu robota mobilnego



Rys. 6. Schemat blokowy algorytmu sterowania prędkością dla trajektorii z rys. 7.

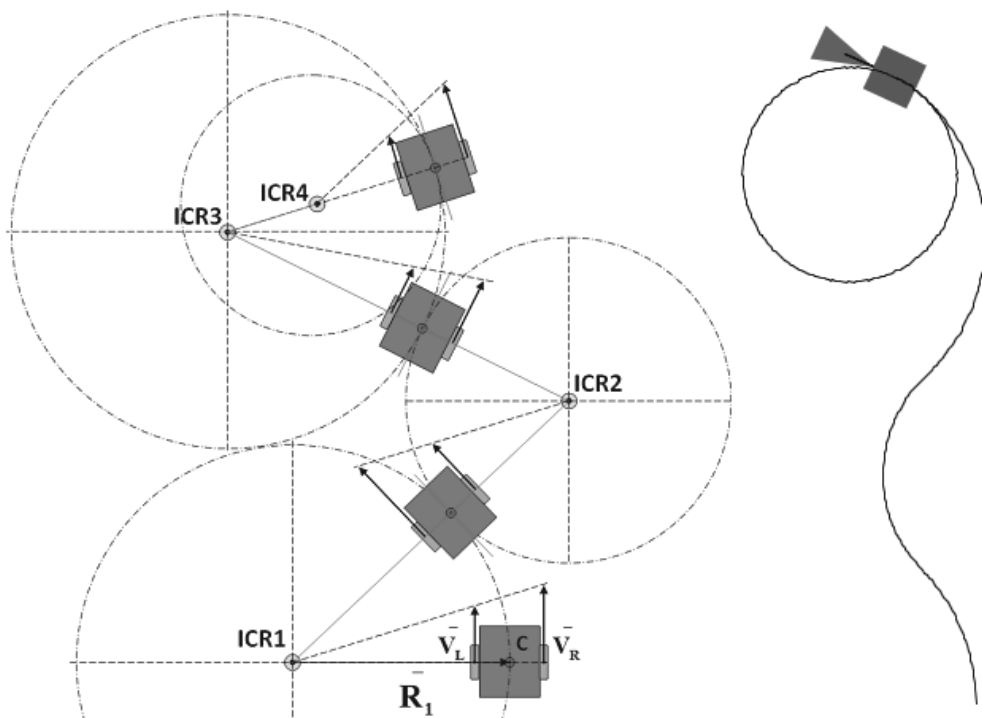
gdzie:

$\varphi_{LOCAL}(t) = \varphi_{LOCAL}(t-1) \pm \Delta\varphi$ – kąt związany z lokalnym położeniem robota zwiększany lub zmniejszany w zależności od kierunku obrotów w każdej pętli przerysowania robota.

Counter – zmienna pomocnicza pozwalający na wykonanie zmian wartości prędkości określoną liczbę razy

k_1, k_2 – stałe określające wartości zmian prędkości (w symulacji przyjęto $k_1 = 10, k_2 = 20$)

W symulacji z rys. 7. robot rozpoczyna swój ruch z zadanej pozycji i przy zadanych wartościach początkowych prędkości liniowych. Następnie w trzech kolejnych krokach, co 45 stopni (kąta $\varphi_{LOCAL}(t)$) następuje zmiana wartości prędkości, która powoduje zmiany położenia środka chwilowego obrotu. W pierwszym kroku następuje zmiana kierunku obracania się robota z lewego na prawy, co związane jest z przemieszczeniem się środka chwilowego obrotu z punktu ICR₁ do punktu ICR₂ po prostej normalnej do wektorów prędkości liniowych. W drugim kroku kierunek obracania się robota ulega ponownie zmianie. W trzecim kroku robot nadal obraca się w lewą stronę, a zmiana prędkości liniowych powoduje jedynie zmianę promienia okręgu, po którym porusza się środek masy robota.

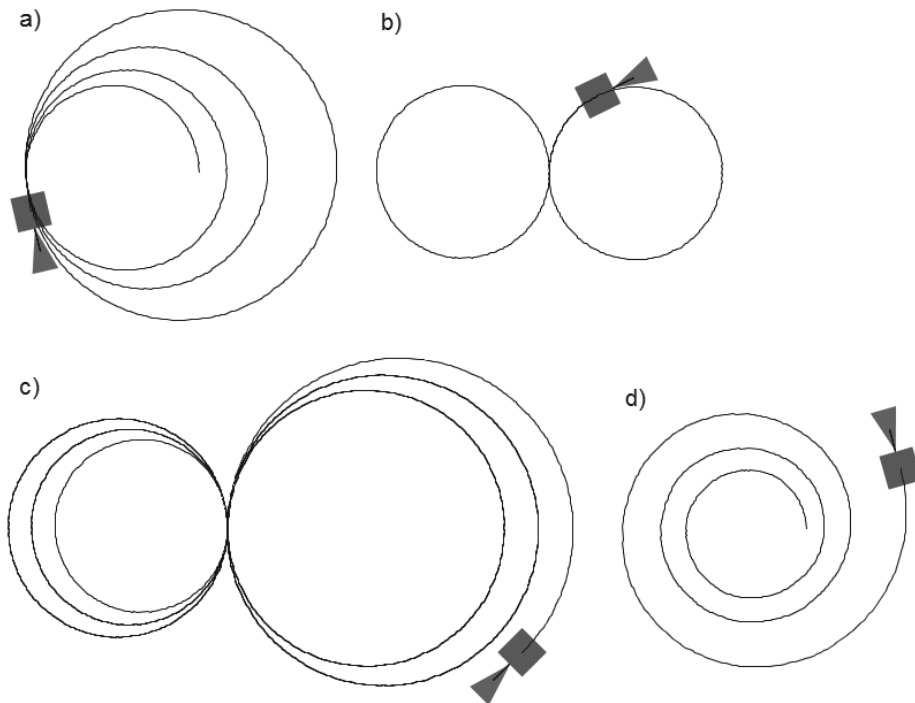


Rys. 7. Trajektoria testowa z zaznaczonymi punktami ICR i jej symulacja

Na podstawie równania (5) oraz wyników powyższej symulacji można wywnioskować, że każda zmiana prędkości $V_R(t)$ i $V_L(t)$ niebędąca zmianą proporcjonalną opisaną wzorem (10) powoduje zmianę położenia środka chwilowego obrotu (ICR). Można to również zapisać w postaci zależności:

$$(V_R(t) = k_1 V_R(t-1), V_L(t) = k_2 V_L(t-1) \wedge (k_1, k_2 \in \mathfrak{R}, |k_1| \neq |k_2|)) \Rightarrow (R(t) \neq R(t-1)) \quad (13)$$

Dodatkowo przeprowadzono symulacje trajektorii ruchu robota dla wybranych algorytmów sterowania prędkością rys. 8. Dla wszystkich przypadków przyjęto prędkości początkowe $V_R = 0.9V_{MAX}$, $V_L = 0.6V_{MAX}$ gdzie $V_{MAX} = 100$ (po skalowaniu $V_{MAX}' = sV_{MAX} = 1$ [m/s]). Na rys. 8a. pokazano przypadek, gdy wartość $V_R(t) = V_R(t-1) - k$ dla $\varphi(t) = 180^\circ$, gdzie k jest krokiem zmniejszania prędkości ($k = 5$). Rys. 8b. przedstawia trajektorię ruchu, w której następuje cykliczna zmiana kierunku obracania się robota $V_R(t) = V_L(t-1)$, $V_L(t) = V_R(t-1)$ dla $\varphi(t) = 360^\circ$. Połączenie cyklicznej zmiany kierunku obrotów oraz zwiększania prędkości $V_R(t) = V_L(t-1) + k$, $V_L(t) = V_R(t-1)$ dla $\varphi(t) = 360^\circ$ i $k = 10$ przedstawia rys. 8c. Na rys. 8d. przedstawiono trajektorię odwzorowującą spiralę Archimedesesa.



Rys. 8. Przykładowe trajektorie testowe dla zmieniających się wartości prędkości

5. WNIOSKI

W pracy omówiono problematykę modelowania trajektorii ruchu dwukołowego robota mobilnego na podstawie modelu kinematyki wykorzystującego ruch obrotowy dookoła środka chwilowego obrotu. Zaproponowano dwie metody obliczania współrzędnych ICR wykorzystujące znane prędkości liniowe charakterystycznych punktów robota. Przedstawiono algorytm symulujący trajektorię ruchu robota wykorzystujący jedną z tych metod.

Symulacje dla przykładowych sygnałów sterowania prędkością potwierdziły poprawność zaprojektowanego algorytmu oraz metody obliczania środka chwilowego obrotu.

Omówiony algorytm jest wykorzystywany w symulatorze robota mobilnego napisanym w Javie. W połączeniu z innymi modułami programu służy on do testowania i porównywania nowych algorytmów sterowania robota mobilnego realizującego określone zadania (np. mapowanie terenu). Może być również wykorzystany w sterowaniu predykcyjnym rzeczywistego modelu robota. Opisane metody i algorytmy wykorzystujące sygnały sterowania prędkością mogą znaleźć zastosowanie przy budowie nowych środowisk symulacyjnych robotów mobilnych.

LITERATURA

1. Xu H., Xue K., Wang P., Marie B.S., Wei R.: *Maneuver control and kinematical energy analysis* of a robot based on instantaneous Center of Rotation. In: IEEE International Conference on E-Learning in Industrial Electronics. Hammamet 2006, p. 101-106.
2. Clavien L., Lauria M., Michaud F.: Instantaneous centre of rotation estimation of an omnidirectional mobile robot. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'2010) Anchorage, Alaska, 2010, p. 5435-5440.
3. Martinez J.L., Mandow A., Morales J., Pedraza S., Garcia-Cerezo A.: Approximating kinematics for tracked mobile robots. "The International Journal of Robotics Research" 2005, Vol. 24, No. 10, p. 867-878
4. Costanzo F., Plesha M.E., Gray G.L.: *Engineering mechanics*. Boston: McGraw Hill Higher Education, 2010.
5. Uicker J.J., Pennock R.G., Shigley E. J.: *Theory of machines and mechanisms*. New York: Oxford University Press, 2003.
6. Champion G., Bastin G., Dandrea-Novel B.: Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. "IEEE Transactions on Robotics and Automation" 1996, Vol. 12, No. 1, p. 47-62.
7. Caracciolo L., De Luca A., Iannitti S.: Trajectory tracking of a four-wheel differentially driven mobile robot. In: *Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation (ICRA'1999)*. Detroit, 1999, p. 2632-2638.

MOTION TRAJECTORY MODELING FOR TWO-WHEELED MOBILE ROBOT BASED ON ROTATION AROUND THE INSTANTANEOUS CENTER OF ROTATION

Summary. The paper presents methods for calculating the instantaneous center of rotation (ICR) for two-wheeled mobile robot on the plane. These methods allow calculation of the coordinates of this point if linear velocities and the coordinates of the robot center of mass are known. Presented methods complement affine transformation describing the motion of the robot on the plane and allow to design an algorithm that simulates the trajectory of robot motion, depending on the speed control signals. An example algorithm has been implemented in a mobile robot simulation environment written in Java. In addition a few simulations of the trajectory of robot motion are presented and discussed for differential steering system.