

SYNTEZA STRUKTURALNA MECHANIZMÓW RÓWNOLEGLYCH

KRYSTYNA ROMANIAK

Wydział Architektury, Politechnika Krakowska
e-mail: krystynaromaniak@gmail.com

Streszczenie. Syntezę strukturalną mechanizmów równoległych przeprowadzono, wykorzystując łańcuchy kinematyczne o zerowej liczbie stopni swobody. Tworzenie takich łańcuchów przeprowadzono w trzech etapach:

- wyznaczono łańcuchy kinematyczne zbudowane wyłącznie z ogniw dwułączy (zespoły kinematyczne klasy II),
- dokonano syntezy łańcuchów kinematycznych grupy zerowej,
- przeprowadzono syntezę łańcuchów kinematycznych pozostałych grup.

W badaniach wykorzystano zapis łańcuchów kinematycznych w postaci schematu, w którym nie umieszczono klas par kinematycznych. Podano je w postaci etykiet obok schematu. Syntezę łańcuchów kinematycznych grupy zerowej przeprowadzono, wykorzystując dwie metody oznaczone przez M1 i M2.

Jeżeli łańcuch kinematyczny grupy zerowej złożony jest z n ogniw i p par kinematycznych, to etykiety w kolejnych grupach uzyskuje się poprzez zwiększenie o jeden klasy w $(p - n)$ parach kinematycznych, przy przejściu do kolejnej grupy.

Syntezę mechanizmów l -bieżnych przeprowadzono przy użyciu metod M3 i M4.

Przyjmując pewne ograniczenia dotyczące budowy mechanizmów równoległych, wygenerowano wszystkie teoretycznie możliwe zbiory tych mechanizmów.

1. WSTĘP

Praca niniejsza to kontynuacja badań dotyczących syntezy strukturalnej łańcuchów kinematycznych [5]. Prezentowane w poprzednich opracowaniach wyniki dopracowano i uszczegółowiono. Punktem wyjścia w syntezie strukturalnej mechanizmów są łańcuchy kinematyczne o zerowej liczbie stopni swobody. Ich syntezę przeprowadzono w trzech etapach:

- wyznaczono łańcuchy kinematyczne zbudowane wyłącznie z ogniw dwułączy (zespoły kinematyczne klasy II),
- dokonano syntezy łańcuchów kinematycznych grupy zerowej,
- przeprowadzono syntezę łańcuchów kinematycznych pozostałych grup.

W tablicy 1 przedstawiono wszystkie zespoły kinematyczne klasy II, w których wykorzystano uproszczony sposób zapisu ich struktury. Klasy par kinematycznych w postaci etykiet podano obok schematu. Dzięki przedstawionemu uproszczeniu można zanotować wiele łańcuchów kinematycznych w poszczególnych grupach bez konieczności wielokrotnego powielania tego samego schematu.

Tabela 1. Zespoły kinematyczne klasy II poszczególnych grup

n	Schemat	Grupa				
		0	I	II	III	IV
1		51 42 33	52 43	53 44	54	55
2		552 543 444	553 544	554	555	
3		5553 5544	5554	5555		
4		55554	55555			
5		555555				

Syntezę łańcuchów kinematycznych grupy zerowej przeprowadzono, wykorzystując metody w których należy:

M1. Zamienić ogniwo k -łączne na $k+1$ -łączne i połączyć go z łańcuchem kinematycznym poprzez parę kinematyczną zewnętrzną.

M2. Zamienić ogniwo k -łączne na $k+1$ -łączne i dodać dwa ogniwa dwułączne oraz trzy pary kinematyczne: wszystkie klasy czwartej (P_4, P_4, P_4), lub dwie klasy piątej i jedną klasy drugiej (P_5, P_5, P_2), lub po jednej klasy piątej, czwartej i trzeciej (P_5, P_4, P_3).

Jeżeli łańcuch kinematyczny grupy zerowej złożony jest z n ogniw i p par kinematycznych, to etykiety w kolejnych grupach uzyskuje się poprzez zwiększenie o jeden klasy w $(p - n)$ parach kinematycznych, przy przejściu do kolejnej grupy.

Na rys.1 przedstawiono przykład łańcucha kinematycznego, którego schemat można otrzymać przy użyciu metody M1. Jednak dla wyznaczenia pełnego zbioru etykiet koniecznym jest użycie obydwu metod.

Schemat	Grupa			
	0	I	II	III
	555531			
	555522			
	555441	555542		
	555333	555533	555553	
	554442	555443	555544	555555
	555432	554444		
	554433			
	544443			
	444444			

Rys.1. Czterooogniowy łańcuch kinematyczny grupy zerowej

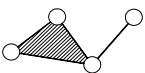
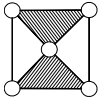
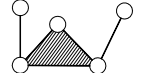
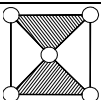

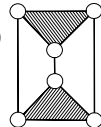
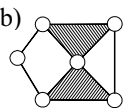

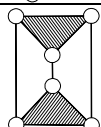
Syntezę strukturalną mechanizmów o liczbie stopni ruchliwości równej l , przeprowadzono, wykorzystując metody, w których należy:

M3. Dołączyć do łańcucha kinematycznego o zerowej liczbie stopni swobody l ogniów (napędzających) z parami kinematycznymi P_5 . Powstały łańcuch kinematyczny należy połączyć z jednym ogniwem (podstawą) poprzez pary kinematyczne zewnętrzne.

M4. Połączyć łańcuch kinematyczny o zerowej liczbie stopni swobody z jednym ogniwem (podstawą) poprzez pary kinematyczne zewnętrzne i zmniejszyć o jeden klasę l par kinematycznych.

Metoda M3 to uogólnienie zasady tworzenia mechanizmów sformułowanej dla mechanizmów płaskich podaną przez L.W. Assura¹. Zbiory mechanizmów otrzymane przy użyciu obydwu metod nie są identyczne, nie są też rozdzielne, dlatego dla uzyskania wszystkich mechanizmów koniecznym jest zastosowanie obydwu metod. Przykładowo: łańcucha kinematycznego mechanizmu równoległego zamieszczonego w tabeli 2, poz. 3b nie można otrzymać, stosując metodę M4. Natomiast stosując metodę M3, nie uzyskuje się wszystkich etykiet, które mogą być przypisane poszczególnym schematom.

Tabela 2. Łańcuchy kinematyczne mechanizmów równoległych grupy 0, o jednym stopniu ruchliwości, otrzymane przy użyciu metod M3 i M4

Lp.	Łańcuch kinematyczny o zerowej liczbie stopni swobody		Łańcuchy kinematyczne mechanizmów równoległych	
1		3333		53333
2		54333 44433		53333 44333
3		54333 44433	a)  b) 	554333
4		54333 44433		554333 544433 444443

2. SYNTEZA STRUKTURALNA MECHANIZMÓW RÓWNOLEGLYCH

Mechanizmy równoległe to mechanizmy, w których ogniwo bierne (platforma, efektor) połączone jest z podstawą poprzez łańcuchy kinematyczne (gałęzie, kończyny).

Wprowadzono następujące ograniczenia dotyczące budowy rozpatrywanych mechanizmów:

- liczba stopni ruchliwości jest równa liczbie gałęzi,

¹ Mechanizm płaski może być utworzony poprzez dołączenie zespołu kinematycznego (lub zespołów kinematycznych) do ogniwa (lub ogniów) napędzającego, podstawy lub innego istniejącego już mechanizmu niższej klasy.

- platformy tworzą ogniwa: trójłączne, czterołączne, pięciołączne, sześciółące,
- gałęzie zbudowane są wyłącznie z ogni dwułącznych (maksymalnie trzech),
- pary kinematyczne są klas P_3, P_4, P_5 .

Łańcuchy kinematyczne mechanizmów równoległych można wyznaczyć przy użyciu metod M3 i M4, tak jak to przedstawiono w tabeli 2. Problemem przy syntezie tych łańcuchów kinematycznych nie są ich schematy, lecz zbiory etykiet, dlatego przedstawione metody dotyczą tworzenia etykiet. Zaproponowano kilka alternatywnych sposobów postępowania.

W pierwszej kolejności dokonano syntezy mechanizmów o platformie trójłączej. Wyznaczono dwa najprostsze łańcuchy kinematyczne mechanizmów grupy 0, o liczbie stopni ruchliwości równej 0 (tab.3, poz.1,2). Przy tworzeniu tych łańcuchów, zarówno w metodzie M3, jak i M4, należy łańcuch kinematyczny o zerowej liczbie stopni swobody połączyć poprzez pary kinematyczne zewnętrzne z jednym ogniwem (podstawą). Dla łańcuchów tych wyłuszczone pierwszą etykietę, która odgrywa kluczową rolę przy tworzeniu etykiet w innych grupach, dla kolejnych stopni ruchliwości. Przemieszczając się w tabeli etykiet w poziomie, należy zwiększyć o jeden dwa razy klasę par kinematycznych przy przejściu z jednej kolumny do drugiej, uzyskując tym sposobem pierwsze etykiety w kolejnych grupach. Natomiast przemieszczając się w tabeli etykiet w pionie, należy przy przejściu z wiersza do wiersza zmniejszyć dwa razy klasę par kinematycznych, wyznaczając etykiety dla $W'=2$, lub trzy razy określając etykiety dla $W'=3$. Jeżeli wyznaczona zostanie pierwsza etykieta w każdym zbiorze, to kolejne łatwo wyznaczyć, zwiększając liczbę par kinematycznych P_4 , każdorazowo o dwie, kosztem jednej pary kinematycznej P_3 i jednej P_5 .

Dla wyznaczenia zbiorów etykiet dla kolejnych mechanizmów o platformie trójłączej, wykorzystano następujące właściwości związane z liczbą ogniw ruchomych n_r :

- jeżeli n_r jest liczbą nieparzystą, to pierwsza etykieta w grupie 0 dla $W'=0$, zawiera zawsze jedną parę kinematyczną P_4 . Pozostałe pary kinematyczne są klas P_3 i P_5 . Dla kolejnych liczb nieparzystych n_r , następuje zwiększanie liczby par kinematycznych P_5 o trzy. Ponieważ dla $n_r=3$, liczba $p_5=1$, więc dla kolejnych liczb nieparzystych $n_r = 5, 7, 9$ uzyskuje się odpowiednio $p_5 = 4, 7, 10$. Liczba par kinematycznych P_3 wyznaczona jest z zależności $p_3 = p - p_5 - p_4$.

- jeżeli liczba n_r jest liczbą parzystą, to pierwsza etykieta w grupie 0 dla $W'=0$, zawiera wyłącznie pary kinematyczne P_5 i P_3 . Liczba p_5 zwiększa się każdorazowo o trzy dla kolejnych liczb parzystych. Dla $n_r = 4$ liczba $p_5 = 3$ więc dla kolejnych liczb parzystych $n_r = 6, 8, 10$, otrzymuje się odpowiednio $p_5 = 6, 9, 12$. Liczba p_3 wyznaczana jest z zależności $p_3 = p - p_5$.


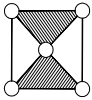
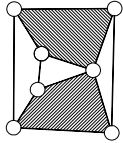
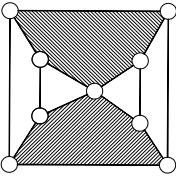
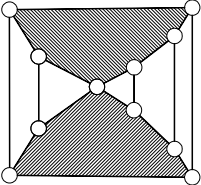

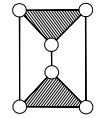
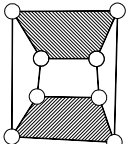
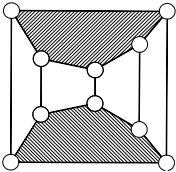
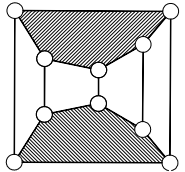
Łańcuchy kinematyczne mechanizmów o platformach cztero-, pięcio-, sześciółącnych można zbudować analogicznie jak mechanizmy o platformie trójłączej. Syntezę można też przeprowadzić inaczej, wykorzystując utworzone już łańcuchy kinematyczne mechanizmów o platformie trójłączej. W tabeli 4. zestawiono przykłady łańcuchów kinematycznych mechanizmów równoległych grupy zerowej o zerowej liczbie stopni ruchliwości pogrupowanych po pięć pozycji (oddziela je pogrubiona linia). W każdym zestawie występują łańcuchy kinematyczne mechanizmów o platformach będących ogniwami dwu-, trój-, cztero-, pięcio- i sześciółącnymi. W pierwszej grupie łańcuchów (tab.4, poz.1÷5) występują dwie etykiety. Pierwsza z nich zawiera po jednej parze kinematycznej P_5 i P_4 , pozostałe pary kinematyczne P_3 występują w liczbie $(p - 2)$. Kolejna grupa łańcuchów kinematycznych mechanizmów (tab.4, poz. 6-10), zawiera trzy pary kinematyczne P_5 oraz pary kinematyczne P_3 w liczbie $(p - 3)$. Analogiczne zależności występują w kolejnych grupach łańcuchów oraz dotyczą kolejnych etykiet (drugiej, trzeciej ...). Różna może być liczba etykiet ze względu na różną dla poszczególnych przypadków liczbę par kinematycznych p . Każdorazowe przejście z łańcucha kinematycznego mechanizmu o k -łączej platformie do łańcucha o platformie $k+1$

– łącznej, to zwiększenie p_3 o dwa. Elementem łączącym poszczególne łańcuchy kinematyczne jest zależność między liczbą ogniów ruchomych n_r , a liczbą par kinematycznych p . Dla pierwszych pięciu pozycji $p = 2n_r - 1$, dla kolejnych pięciu (poz. 6÷10) $p = 2n_r - 2$.

Tabela 3. Łańcuchy kinematyczne mechanizmów równoległych o platformie trójkątnej

Lp.	n_r	p	Łańcuchy kinematyczne mechanizmów równoległych					
1	3	5						
			W'	Gr. 0	Gr. I	Gr. II	Gr. III	Gr. IV
			0	54333 44433	55433 54443 44444	55543 55444	55554	
2	43333	54333 44433	55433 54443 44444	55444				
2	4	6	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>a</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>b</p> </div> </div>					
			W'	Gr. 0	Gr. I	Gr. II	Gr. III	Gr. IV
			0	555333 554433 544443 444444	555533 555443 554444	555553 555544	555555	
			2	553333 544333 444433	555333 554433 544443 444444	555533 555443 554444	555544	555555
3	543333 444333	554333 544433 444443	555433 554443 544444	555444				
3	5	7	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>a</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>b</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>c</p> </div> </div>					
			W'	Gr. 0	Gr. I	Gr. II	Gr. III	Gr. IV
			0	5555433 5554443 5544444	5555543 5555444	5555554		
			2	5554333 5544433 5444443 4444444	5555433 5554443 5544444	5555543 5555444	5555554	
3	5553333 5544333 5444433 4444443	5555333 5554433 5544443 5444444	5555533 5555443 5554444	5555544	5555555			

Tabela 4. Łańcuchy kinematyczne mechanizmów równoległych grupy zerowej o zerowej liczbie stopni ruchliwości

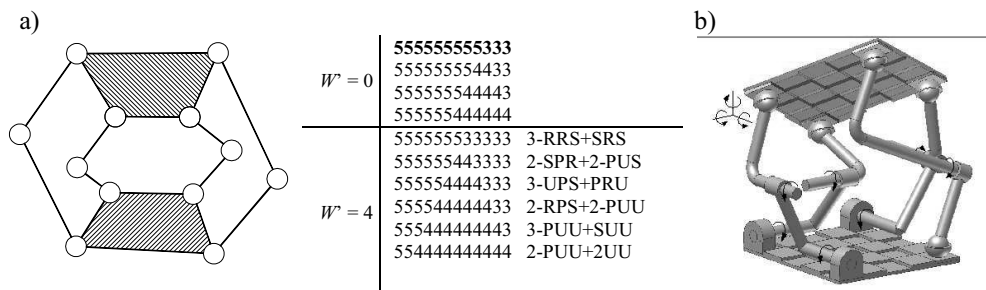
Lp.	1	2	3	4	5
n_r	2	3	3	4	5
p	3	5	7	9	11
$2n_r - p$	1				
Schemat					
Etykiety	543 444	54333 44433	5433333 4443333	543333333 444333333	54333333333 44433333333
Lp.	6	7	8	9	10
n_r	3	4	5	6	7
p	4	6	8	10	12
$2n_r - p$	2				
Schemat					
Etykiety	5553 5544	555333 554433 544443 444444	55533333 55443333 54444333 44444433	5553333333 5544333333 5444433333 4444443333	55533333333 55443333333 54444333333 44444433333

Dla wyznaczenia wszystkich łańcuchów kinematycznych mechanizmów równoległych poszczególnych grup, o określonej bieżności, zadanej liczbie ogniów ruchomych n_r i par kinematycznych p , konieczne jest wygenerowanie w pierwszej kolejności łańcuchów kinematycznych mechanizmów o zerowej liczbie stopni ruchliwości. Na tym etapie najtrudniejszym zadaniem jest wyznaczenie pierwszej etykiety. Można do tego celu wykorzystać dane zebrane w tabeli 5, w której zależnie od liczby ogniów ruchomych n_r i liczby par kinematycznych p podano wartości: $2n_r - p$, p_5 , p_4 , p_3 , dla pierwszej etykiety.

Tabela 5. Dane dotyczące pierwszej etykiety łańcuchów kinematycznych mechanizmów równoległych grupy 0 dla $W'=0$

n_r	p	$2n_r - p$	p_5	p_4	p_3
2	3	1	1	1	1
	4	2	3	0	1
3	5	1	1	1	3
	6	3	4	1	0
4	7	2	3	0	3
	8	1	1	1	5
	9	4	6	0	0
5	10	3	4	1	2
	11	2	3	0	5
	12	1	1	1	7
	13	4	6	0	2
6	14	3	4	1	4
	15	2	3	0	7
	16	1	1	1	9
	17	5	7	1	1
7	18	4	6	0	4
	19	3	4	1	6
	20	2	3	0	9
	21	6	9	0	1
8	22	5	7	1	3
	23	4	6	0	6
	24	3	4	1	8
	25	2	3	0	11
	26	7	10	1	0
9	27	6	9	0	3
	28	5	7	1	5
	29	4	6	0	8
	30	3	4	1	10
	31	2	3	0	13
	32	8	12	0	0
10	33	7	10	1	2
	34	6	8	0	5
	35	5	7	1	7
	36	4	6	0	10
	37	3	4	1	12
	38	2	3	0	15
11	39	8	12	0	2
	40	7	10	1	4
	41	6	9	0	7
	42	5	7	1	9
	43	4	6	0	12
	44	3	4	1	14
	45	2	3	0	17
	46	2	3	0	19

Wykorzystując dane z tabeli 5., wyznaczono pierwszą etykietę łańcucha kinematycznego mechanizmu o platformie czterołącznej (schemat przedstawiono na rys.2). Dla $n_r=9$, $p=12$ etykieta ta (wyłuszczone na rys.2a) zawiera dziewięć par kinematycznych klasy piątej i trzy klasy trzeciej. Kolejne etykiety dla $W' = 0$ wyznaczono, zwiększając liczbę par kinematycznych klasy czwartej o dwie, kosztem jednej pary kinematycznej klasy piątej i jednej pary kinematycznej klasy trzeciej. Etykiety dla $W' = 4$ określono, zmniejszając o jeden cztery razy klasę par kinematycznych.



Rys.2. Łańcuch kinematyczny mechanizmu o platformie czterołąkowej grupy zerowej z etykietami dla $W^0 = 0$ i $W^4 = 4$ (a), model mechanizmu 3-RRS+SRS (b)

W rzeczywistych rozwiązaniach mechanizmów równoległych wykorzystywane są pary kinematyczne przesuwne (P), obrotowe (R), kuliste (S), cylindryczne (C) oraz pary kinematyczne łańcuchowe (U) [2]. Pod nazwą para kinematyczna łańcuchowa kryje się zróżnicowany zbiór łańcuchów kinematycznych, w których występują zarówno pary kinematyczne obrotowe jak i przesuwne, w różny sposób ze sobą połączone [1]. W najbardziej rozpowszechnionym sposobie zapisu budowy mechanizmów równoległych podaje się liczbę gałęzi oraz występujące w nich pary kinematyczne [3, 4]. Dla mechanizmu równoległego z rys.2a przedstawiono pewne propozycje rozwiązania mechanizmu w tej konwencji zapisu. Przykładowo zapis 3-RRS+SRS oznacza mechanizm równoległy o czterech

gałęziach:

- trzech zawierających pary kinematyczne: dwie obrotowe, jedną sferyczną,
 - jednej gałęzi zawierającej pary kinematyczne: sferyczną, obrotową, sferyczną.
- Otrzymane teoretyczne rozwiązania mechanizmów platformowych zweryfikowano wykonując ich modele 3D. Przykład modelu mechanizmu 3-RRS+SRS przedstawiono na rys.2b.

3. ZAKOŃCZENIE

Przy użyciu przedstawionych w opracowaniu metod syntezy mechanizmów równoległych można uzyskać mechanizm dowolnej grupy o dowolnej liczbie stopni ruchliwości. Otrzymane mechanizmy to teoretyczna podstawa rozwiązań rzeczywistych. Kolejnym etapem jest określenie kształtu i wymiarów poszczególnych ogniw i par kinematycznych oraz zbudowanie modeli mechanizmów. Są one następnie badane pod kątem kinematyki, statyki oraz dynamiki. Wszechstronne badania modeli wirtualnych są podstawą rzeczywistych realizacji wybranych mechanizmów, spełniających narzucone przez konstruktora warunki.

LITERATURA

1. Gao F., Li W., Zhao X., Jin Z., Zhao H. : New kinematic structures for 2-, 3- 4-, and 5- DOF parallel manipulator designs. "Mechanism and Machine Theory" 2002, Vol. 37, p. 1395 - 1411
2. Gronowicz A., Miller S.: Mechanizmy: metody tworzenia zbiorów rozwiązań alternatywnych; katalog schematów strukturalnych i kinematycznych. Wrocław: Pol. Wrocław, 1997.
3. Lu Y., Shi Y., Hu B.: Kinematic analysis of two novel 3 UPU I and 3 UPU II PKMs. "Robotics and Autonomous Systems" 2008, Vol. 56, p., 296 – 305.

4. Nawratil G.: New performance indices for 6-dof UPS and 3-dot RPR parallel manipulators. "Mechanism and Machine Theory" 2009, Vol. 44, p. 208 – 221.
5. Romaniak K.: Nowe metody syntezy strukturalnej łańcuchów kinematycznych o zerowej liczbie stopni swobody. „Modelowanie Inżynierskie” 2009, nr 38, t. 7, s. 183 – 193.

STRUCTURAL SYNTHESIS OF PARALLEL MECHANISMS

Summary. Parallel mechanism (parallel manipulator) is a mechanism which their passive link (platform, effector) is connected to the base via kinematic chains (branches, limbs). Parallel mechanisms are subject to the following constraints:

- the number of the degrees of mobility must be equal to the number of branches,
- platforms form the linkages: three-, four-, five- and six- joint links,
- branches consist of two- and three-joint links, exclusively,
- the classes of kinematic pairs are: P_3 , P_4 , P_5 .

The notation of kinematic chains is used in the form of schematic diagrams that do not provide the class of kinematic pairs. They are given in the form of labels, next to the diagram. All sets of labels that are theoretically possible in particular groups are generated and so are the potential solutions of branches in parallel mechanisms.

