

## MODELOWANIE RUCHU KOŃCZYNY DOLNEJ

AGATA NAWROCKA<sup>1</sup>, MARCIN NAWROCKI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Katedra Automatykacji Procesów, Akademia Górniczo - Hutnicza  
e-mail: nawrocka@agh.edu.pl*

<sup>2</sup>*Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki, Politechnika Rzeszowska  
e-mail: marcin.nawrocki@prz.edu.pl*

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono opracowane modele matematyczne kończyny dolnej, które pozwalają na analizę ruchów. Proces ten podzielono na analizę zginania i prostowania w stawach kończyny, co zapewnione jest poprzez skurcz i rozkurcz mięśni, które współpracują ze sobą antagonistycznie

Model matematyczny nogi działającej ruchem czynnym oraz biernym przedstawiono, wykorzystując zależność sprężystości mięśnia, masy, którą stanowią mięśnie w obrębie danej części kończyny oraz tłumienia. Opracowane modele w dalszych pracach wykorzystane będą w procesie projektowania urządzenia wspomagającego ruch kończyny dolnej.

### 1. WSTĘP

Poznanie struktury i działania układów biologicznych umożliwia rozwiązanie wielu problemów, związanych z codziennym życiem, jak chociażby poruszanie się, komunikację czy widzenie. Jest to szczególnie ważne dla osób niepełnosprawnych. Znajomość fizjologii organizmu człowieka pozwala na odkrycie coraz lepszych i bardziej zaawansowanych technologii stosowanych w medycynie. Schorzenia układu mięśniowo-szkieletowego są obecnie bardzo powszechnym tematem, nie tylko w dziedzinie diagnostyki i leczenia, lecz także w biomechanice.

W celu poznania działania żywego organizmu często wykorzystywane są modele matematyczne. To one umożliwiają identyfikację zachodzących procesów biologicznych oraz dają podstawę do symulacji. Prowadzą również do redukcji kosztów i czasu w projektowaniu nowych procesów i wyrobów oraz pozwalają przewidywać własności nowych konstrukcji czy obiektów [1]. Badania modelowe układów biomechanicznych znajdują coraz szersze zastosowanie, szczególnie w medycynie i rehabilitacji. Są pomocne w diagnozowaniu różnego rodzaju patologii układu mięśniowo-szkieletowego oraz w opracowywaniu innowacyjnych metod leczenia jego dysfunkcji. Modele matematyczne kończyny dolnej umożliwiają między innymi oszacowanie sił mięśniowych oraz obciążeń ciała podczas różnego rodzaju czynności ruchowych, np. podczas wykopu. Analiza ta jest szczególnie pomocna w sporcie, a także przy testowaniu protez i ortez mechanicznych, gdyż możliwy jest pomiar ich odporności na uderzenia i różnego rodzaju urazy [4]. Modele kończyny dolnej znajdują również wiele zastosowań przy konstrukcji różnego rodzaju urządzeń lub mechanizmów, których działanie jest zbliżone do działania organizmów żywych. Przykładem są tutaj czworonożne roboty kroczące.

## 2. ZAŁOŻENIA W MODELOWANIU BIOMECHANICZNYM

Warto zaznaczyć kilka aspektów istotnych z punktu widzenia modelowania układów biomechanicznych. Należą do nich:

- budowa łańcucha kinematycznego,
- określenie klas par kinematycznych,
- uwzględnienie dynamiki poszczególnych segmentów tego łańcucha,
- uwzględnienie sposobu oddziaływania mięśni,
- uwzględnienie wpływu otoczenia na dany model (tj. oddziaływania pomiędzy obiektem a podłożem) [4].

Modele układów biomechanicznych mogą być stosowane do modelowania ruchu. Podążają one w dwóch kierunkach. Pierwsze z nich wyjaśniają systemy pobudzenia mięśniowego oraz naturalne mechanizmy sterowania podczas określonego ruchu. Są to modele behawioralne. Drugą grupę stanowią realistyczne modele mięśni i innych układów biomechanicznych. Odzwierciedlenie struktury danych układów oraz zachodzących w nich procesów biomechanicznych umożliwia obserwację zjawisk zarówno fizjologicznych jak i patologicznych. Modele te wymagają złożonych i skomplikowanych obliczeń, dlatego rzadko stosowane są do opisu ruchu wielu stawów i grup mięśniowych [4].

Przed przystąpieniem do modelowania rozważano szereg możliwych rozwiązań. Ze względu na chęć określenia sił występujących w mięśniach uda i podudzia zdecydowano się na ograniczenie rozważań do modelu uwzględniającego tylko te dwa człony.

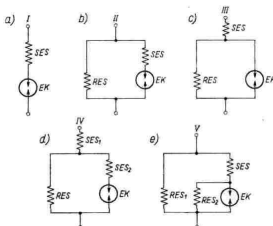
Ponadto mięśnie modelowano za pomocą elementów sprężystych, tłumiących oraz masy skupionej, przyjęto jednoosiowy wymiar modelu wynikający z założenia, że ruch poszczególnych grup mięśni odbywa się tylko w jednym kierunku. Nie przewidziano rozbudowy zaproponowanego modelu o inne człony (np. model stopy).

Szczegółowy opis założeń do każdego omawianego modelu (ruch czynny i bierny) zawarto w kolejnych podpunktach.

## 3. MODEL MATEMATYCZNY KOŃCZYNY DOLNEJ

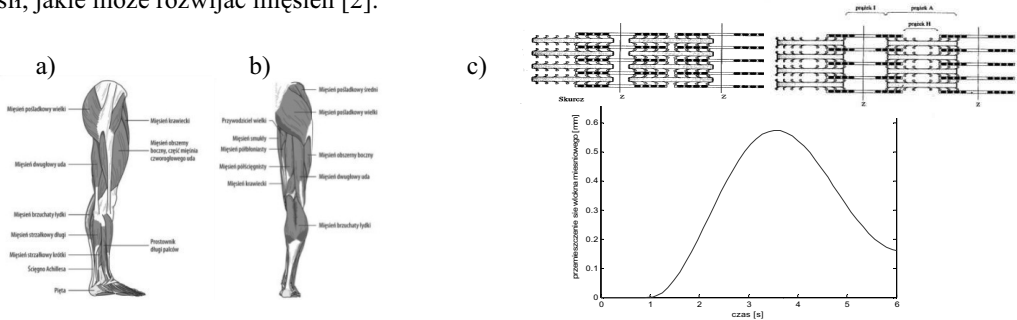
### 3.1. Modelowanie mięśni, modele reologiczne

Najczęściej bazuje się na modelach reologicznych mięśni opracowanych przez E. V. Hilla [5]. W teorii automatycznego sterowania mięsień rozpatrzono jako wieloparametrowy obiekt z różnymi wejściami i wyjściami. Najczęstszym wymuszeniem jest impuls mechaniczny lub elektryczny, co prowadzi do konkretnych opisów matematycznych. Własności mechaniczne tkanki mięśniowej zastępuje się modelem złożonym ze sprężyn, tłumików i innych elementów.



Rys.1. Modele reologiczne mięśni: a) dwuelementowy, b) i c) trójelementowy, d) i e) czteroelementowy [5]

Własności sprężyste przedstawione są dzięki obecności sprężyn liniowych lub nieliniowych, a właściwości tarcia poprzez tłumiki. Tłumienie można zastąpić poprzez opór proporcjonalny do prędkości lub jako zależność nieliniową jako iloczyn współczynnika lepkości z pochodną kąta stycznego do  $n$ -tej potęgi. Podstawą modelu Hilla jest element kurczliwy (EK) połączony w różnych układach z elementami sprężystymi: szeregowym (SES) lub równoległym (RES) (rys.1). Z charakterystyki skurczu mięśnia wynika, że ma on elementy czynne, zdolne do generowania siły oraz elementy bierne, takie jak ścięgna i powięź oraz pozostałe tkanki łączne. Własności sprężyste tych elementów muszą być uwzględniane podczas rozważania sił, jakie może rozwijać mięsień [2].

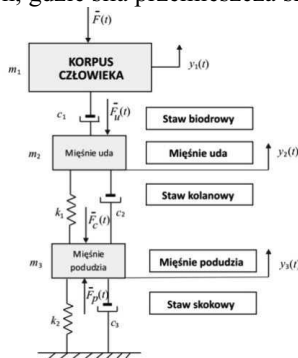


Rys. 2. Mięśnie kończyny dolnej, a) widok z boku [6], b) widok z tyłu [6], c) przebieg pojedynczego skurczu sarkomeru

W modelu założono, że główna siła ciężkości pochodzi od masy korpusu, resztę w kończynie dolnej stanowi element sprężysto-tłumiący. Taki model pracy mięśni uda i podudzia zakładał sprężyste własności skurczającego się sarkomeru i, przeciwnie, jego proces rozkurczania poprzez wydłużenie sprężyny. Właściwości stawów opisywane są przez tłumienie. Opracowując modele symulacyjne zarówno mięśnia jak i w kolejnym etapie kończyny dolnej, przyjęto wartości mas mięśni z literatury [2], ponadto założono masę mięśni poszczególnych części kończyny jako całość, tzn. masa mięśni uda, masa mięśni podudzia bez rozdzielania na poszczególne mięśnie składowe tych partii kończyny dolnej.

### 3.2. Ruch czynny

Model matematyczny nogi działającej ruchem czynnym przedstawiono, wykorzystując zależność sprężystości mięśnia, masy, którą stanowią mięśnie w obrębie danej części kończyny oraz tłumienia jako elementu, który w biologii odpowiada mazi stanowiącej amortyzację płaszczyzn stawowych, gdzie siła przemieszcza się do dalszej części kończyny.



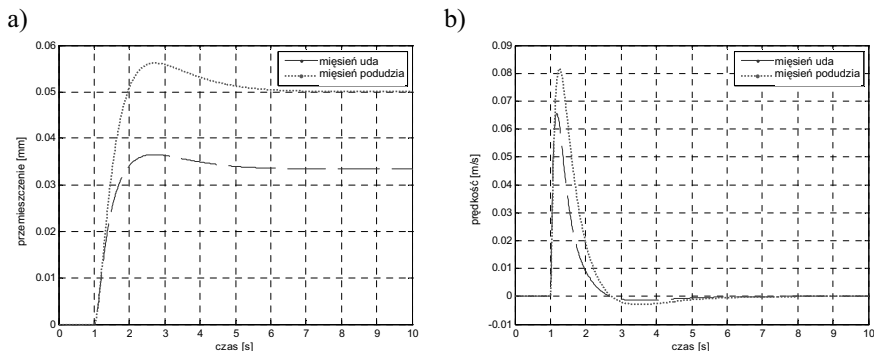
Rys. 3. Schemat obliczeniowy kończyny dolnej

Ruch czynny uwzględnia antagonizm skurczu w przedniej płaszczyźnie kończyny dolnej, dlatego siła generowana poprzez podudzie skierowana jest przeciwnie. Stworzony model opisano, wykorzystując równanie stanów (1) oraz równanie wyjść (2).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \\ \dot{x}_5(t) \\ \dot{x}_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_1}{m_1} & 0 & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{k_1}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} - \frac{c_1}{m_2} & \frac{k_1}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{k_1}{m_3} & \frac{c_2}{m_3} & -\frac{k_2}{m_3} - \frac{k_1}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} - \frac{c_2}{m_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{m_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F(t) \\ F_u(t) \\ F_p(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Siła, jaka powstaje w tym modelu od mięśni tułowia i mięśni uda, jest o wiele większa, przez co impuls się przemieszcza, w celu równowagi kończyny działają antagonistycznie mięśnie, nie tylko w płaszczyźnie samego uda, kiedy mięsień czworogłowy uda się rozkurcza, to dwugłowy uda jest skurczony. Na przemian zależność tę zaobserwowano w podudziu, gdzie mięsień brzuchaty łydki jest rozciągnięty, a prostownik palców jest skurczony.



Rys. 4. Zestawienie przemieszczeń (a) oraz prędkości (b) w ruchu czynnym mięśni podudzia i uda

Na przebiegach wygenerowanych w trakcie symulacji (rys.4) można zaobserwować wzrost siły mięśni korpusu w jednostce czasu, mięśnie uda po przesłaniu sygnału się stabilizują. Mięśnie podudzia początkowo generują ujemną wartość jako antagonistyczne działania z siłą działającą przeciwnie, a następnie dochodzi do przeniesienia pracy skurczu na ich włókna, pod wpływem depolaryzacji błony włókien mięśniowych.

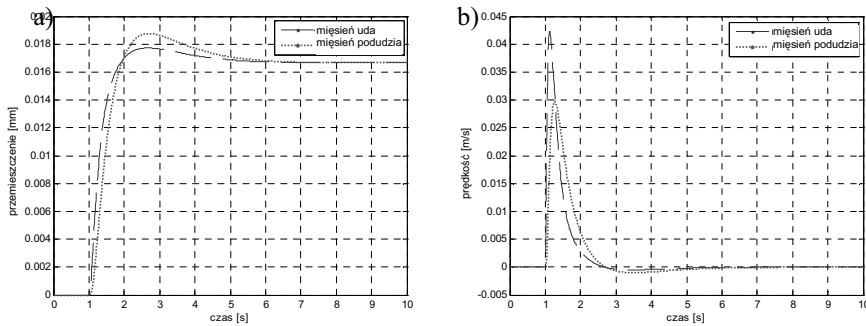
### 3.3. Ruch bierny

W modelu matematycznym nogi wykonującej ruch bierny założono pracę zewnętrzną, jaka jest wkładana do układu. Wpływ na taki ruch ma siła, która powoduje skurcz i rozkurcz nogi. Taki efekt można otrzymać wtedy, gdy siłę napędzającą przymocuje się do końca modelu i będzie ona wynikową siłą, która została przeniesiona od mięśni tułowia. Ten przypadek również opisany został w przestrzeni stanu (równania 3 i 4).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \\ \dot{x}_5(t) \\ \dot{x}_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_1}{m_1} & 0 & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{k_1}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & \frac{k_1}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{k_1}{m_3} & \frac{c_2}{m_3} & -\frac{k_2}{m_3} & -\frac{k_1}{m_3} - \frac{c_3}{m_3} - \frac{c_2}{m_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F(t) \\ F_c(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Dzięki wygenerowanej sile zaobserwowano przekazywanie impulsu kurczenia do części dolnej kończyny (rys.5). Siła mięśni uda jest większa aniżeli mięśni podudzia, ponieważ wpływa na nią jeszcze siła generowana od mięśni tułowia. Wspomagając takim ruchem mięsień z niedowładem, przekazywano siłę do układu mięśniowego, pobudzając go do pracy. Przesunięcia mięśni są wprost proporcjonalne, tak jak na rys. 5.



Rys. 5. Zestawienie przemieszczeń (a) oraz prędkości (b) w ruchu biernym mięśni podudzia i uda

Dzięki opracowanym modelom możliwe jest zasymulowanie niedowładów poszczególnych mięśni kończyny dolnej. Niedowłady te można przeanalizować w prosty sposób za pomocą modelu stworzonego w przestrzeni stanów. Jednocześnie można zaobserwować, jakie siły potrzebne są do wykonania ruchu kończyny dolnej w momencie niedowładu którejs z partii mięśni. Jest to szczególnie istotne przy projektowaniu urządzenia wspomagającego wykonywanie ruchu kończyny.

#### 4. PODSUMOWANIE

W niniejszej pracy przedstawiono opracowane modele biomechaniczne kończyny dolnej ze szczególnym uwzględnieniem pracy mięśni. Modele będą wykorzystane między innymi do projektowania różnego rodzaju konstrukcji, których celem jest rehabilitacja pacjentów z upośledzeniem funkcji motorycznych.

Uwzględnienie sił czynnych i sił biernych w działaniu modelu matematycznego pozwoliło określić przybliżoną formę działania procesu kurczenia się mięśni. Dzięki opracowanym modelom możliwe było zasymulowanie procesu działania układu mięśniowego. Stworzone modele pozwoliły również na zasymulowanie niedowładów mięśni powstałych w wyniku różnego rodzaju urazów.

W kolejnym etapie badań prowadzone są prace nad opracowaniem koncepcji urządzenia wspomagającego pracę kończyny dolnej. Opracowane modele pozwolą na analizę działania mechanizmu manipulatora rehabilitacyjnego, który będzie współpracował z władną, potrzebującą tylko wspomaganie w przyroście masy mięśniowej, nogą, albo z zupełnie bezwładną kończyną

#### LITERATURA

1. Morecki A., Ramotowski W.: Problemy biocybernetyki i inżynierii biomedycznej. T. 5. Warszawa: WKiŁ, 1990.
2. Bober T., Zawadzki J.: Biomechanika układu ruchu człowieka. Wrocław: Wyd. BK, 2003.
3. Wałocha J., Skawina A., Gorczyca J.: Anatomia prawidłowa człowieka: kończyna górna, kończyna dolna. Kraków: Wyd. UJ, 2006.
4. Kaczmarek P., Kasiński A.: Zintegrowane symulatory chodu w zastosowaniu do syntezy algorytmów sterowania. „Bio-Algorithms and Med-Systems” 2005, Vol. 1, No.1/2, s. 157-163.
5. Morecki A.: Manipulatory bioniczne. Warszawa: PWN, 1976.
6. Prężenie mięśni, [www.helfeo.pl/sprawnosci-fizyczna/prezenie-muskulow](http://www.helfeo.pl/sprawnosci-fizyczna/prezenie-muskulow).

### MODELLING OF LOWER LIMB MOVEMENT

Summary. The paper presents a mathematical model developed lower limb, which allowed for analysis of its movements.

The model assumes that the main force of gravity comes from the weight of the body, the rest in the lower limb is part of the spring-damping. Such a working model of the thigh and shin muscles, assumed elastic properties of the sarcomeric contraction and his trial loosen contrary, by extending the spring. Properties of joints are described by the damping.

The next stage includes the exercise of passive motion, which is executed by the system when straightening the leg.