

MODELOWANIE RUCHU CIECZY W KAPILARZE PO ODERWANIU SIĘ PĘCHERZA GAZOWEGO

ROMUALD MOSDORF, TOMASZ WYSZKOWSKI

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Politechnika Białostocka
e-mail: r.mosdorf@pb.edu.pl, wyszkowski.tomasz@gmail.com*

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki symulacji ruchu cieczy w kapilarze, z której wydostają się pęcherze powietrza. Ruch cieczy opisano nieliniowymi równaniami ruchu, opartymi na drugiej zasadzie dynamiki Newtona z uwzględnieniem równania gazu rzeczywistego, siły napięcia powierzchniowego oraz sił lepkości. Wyniki symulacji porównano z wynikami badań eksperymentalnych, w których pęcherze powietrza generowane były ze szklanych dysz umieszczonych na dnie zbiornika wypełnionego wodą. Uzyskano dobrą ilościową zgodność wyników symulacji z wynikami eksperymentalnymi.

1. WSTĘP

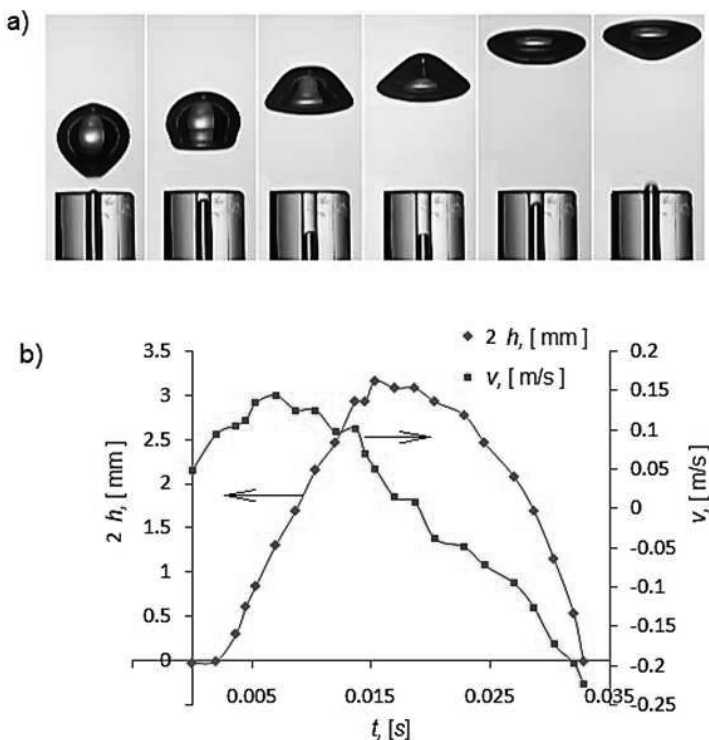
Rozumienie dynamiki oddziaływania pęcherzy gazowych ma kluczowe znaczenie w wielu dziedzinach nauki, np.: w fizyce, biologii, medycynie, a także w wielu gałęziach przemysłu, stąd nieustanne próby wyjaśnienia wielu zjawisk fizycznych z nią związanych. Większość teoretycznych badań i modeli ogranicza się do modelowania wzrostu pojedynczego pęcherza i nie jest w nich uwzględniane zjawisko oddziaływania pomiędzy nimi [1-4]. W ostatnich latach zaczęto coraz częściej przywiązywać uwagę do tworzenia modeli uwzględniających efekty oddziaływania kolejno odrywających się pęcherzy [5, 6]. Współczesne podejście w tworzeniu modeli symulujących wzrost pęcherzy zmusza badaczy do uwzględniania wielu zjawisk, takich jak wpływ napięcia powierzchniowego, lepkość, czy geometria otworu [7-10].

Przedział czasu pomiędzy kolejno odrywającymi się pęcherzami składa się z dwóch przedziałów czasu: czasu oczekiwania na pojawienie się pęcherza oraz z czasu, w którym pęcherz wzrasta. Zaraz po oderwaniu się pęcherza od wylotu dyszy ciecz otaczająca wylot dyszy dostaje się do jej wnętrza. W czasie oczekiwania na pojawienie się następnego pęcherza w dyszy, z której wydostają się pęcherze, obserwowany jest ruch cieczy. W przypadku, gdy w pobliżu rozpatrywanej dyszy znajduje się inna dysza, z której również wydostają się pęcherze, ich ruch modyfikuje przepływ cieczy ponad rozpatrywaną dyszą. Zmiany prędkości przepływu cieczy otaczającej wylot dyszy zmieniają wielkość czasu oczekiwania na następny pęcherz. W pracy zastosowano opracowany w [10] model ruchu cieczy w otworze w płycie do modelowania ruchu cieczy w dyszy. W modelu zmodyfikowano zależność opisującą siły napięcia powierzchniowego, uwzględniono niestacjonarne zmiany ciśnienia w dyszy oraz uwzględniono przepływ cieczy generowany

przez sąsiednie pęcherze. Parametry modelu ustalono na podstawie wyników pomiarów eksperymentalnych. Przeprowadzone symulacje pozwoliły na określenie wpływu zaburzeń przepływu generowanego przez sąsiednie pęcherze na wielkość czasu oczekiwania.

Badania eksperymentalne prowadzono w szklanym zbiorniku o wymiarach (300x300x1000 mm) wypełnionym wodą destylowaną. Pęcherze powietrza generowane były ze szklanej dyszy o długości 70 mm i średnicy wewnętrznej 1 mm. Układ zasilający dyszę w powietrze wyposażony był w pompkę powietrza oraz zbiornik wyrównawczy. Wydatek powietrza regulowano zaworami i mierzono z zastosowaniem rotametrów. Ruch cieczy w kapilarze rejestrowano kamerą Casio EX FX1 z szybkością 1200 klatek na sek. Wyznaczono zmiany w czasie położenia cieczy oraz jej prędkość.

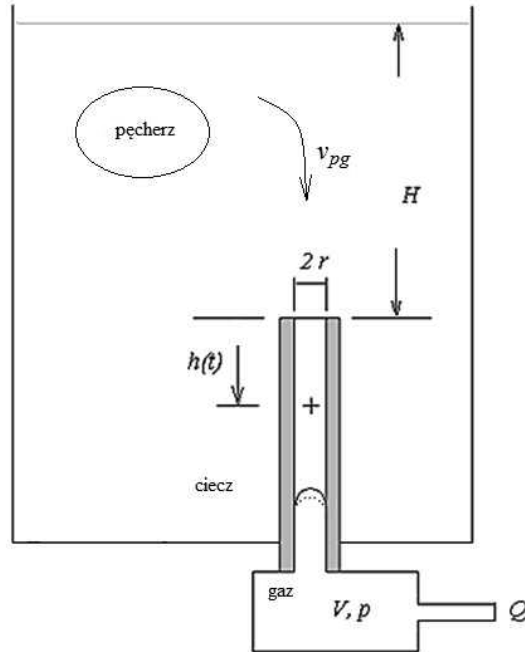
Na rys.1 pokazano przykładowe wyniki badań eksperymentalnych obserwacji ruchu cieczy wewnątrz rurki, z której odrywają się pęcherze.



Rys.1. Zmiany położenia cieczy w szklanej rurce w czasie oczekiwania na pojawienie się nowego pęcherza powietrza. a) kolejne klatki ilustrujące fazy ruchu cieczy w szklanej rurce. b) zmiany w czasie położenia cieczy wewnątrz rurki oraz prędkości powierzchni rozdziału faz

2. MODEL RUCHU CIECZY W KAPILARZE

Model zaproponowany w niniejszej pracy oparto na koncepcji zawartej w publikacji, [10], w której analizowano ruch cieczy w otworze w płycie. Schemat modelowanego układu pokazano na rys.2.



Rys.2. Schemat układu zasilania cylindrycznej dyszy w powietrze

Przyjęto, że zachowanie gazu w układzie zasilania opisane jest równaniem gazu rzeczywistego postaci:

$$p = C(p, T)\rho_g RT \quad (1)$$

Zakładając, że w rozpatrywanym procesie $C(p, T)$ jest stałe i różniczkując równanie (1) względem czasu, otrzymano :

$$\frac{dp}{dt} = C(p, T)RT \frac{d\rho_g}{dt} \quad (2)$$

Uwzględniając, że $\rho_g = m_g/V$, po przekształceniach otrzymano [10]:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{C(p, T)\rho_g RT}{v} \left(Q - \frac{dv}{dt} \right) = \left(\frac{p}{v} \right) \left(Q - \frac{dv}{dt} \right) \quad (3)$$

gdzie: wydatek objętościowy opisany jest zależnością: $Q = \frac{dm_g}{dt} \frac{v}{m_g}$

Zmiana objętości gazu w układzie zasilania związana jest ruchem cieczy w dyszy, dlatego zachodzi:

$$\frac{dv}{dt} = s \frac{dh}{dt} = sv \quad (4)$$

gdzie: $s = \pi r^2$ jest polem przekroju kapilary, zaś v jest prędkością środka masy cieczy w dyszy.

Uwzględniając (4), równanie (3) zapisano w postaci [10]:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{p}{v} \left(Q - s \frac{dh}{dt} \right) \quad (5)$$

Ruch cieczy w kapilarze opisany jest drugą zasadą dynamiki Newtona. Równanie ruchu cieczy znajdującej się w kapilarze ma postać [10]:

$$\frac{d}{dt} \left(m_l \frac{dh}{dt} \right) = F_1 - F_2 \quad (6)$$

Przyjęto, że masa cieczy zmienia się w czasie oraz że na ciecz działają dwie siły. Siła F_1 związana jest z różnicą ciśnień występującą w układzie, zaś siła F_2 związana jest z oporem ruchu cieczy w kapilarze. Siła F_1 związana z różnicą ciśnień opisana jest równaniem:

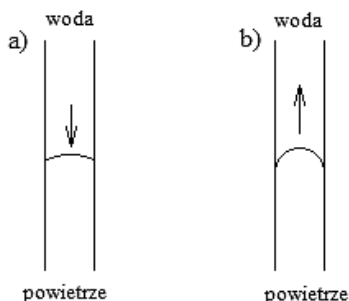
$$F_1 = s \Delta p = s [p + \Delta p + \Delta p_1(t) - F_k - \rho_l g (H + 2h)] \quad (7)$$

gdzie: F_k opisuje zmiany ciśnienia występujące na skutek zmiany kształtu menisku cieczy, $\Delta p = \frac{\rho v_g^2 g}{2}$ - jest zmianą ciśnienia występującą na skutek przepływu cieczy ponad kapilarą, $\Delta p_1(t)$ - jest różnicą ciśnień występującą na długości kapilary, związaną z przepływem gazu w czasie wzrostu pęcherza. Spadek ciśnienia w kapilarze oszacowano, korzystając z zależności $\Delta p = \frac{8\mu_g h v_g}{r^2}$. Przy prędkości gazu $v_g = 0.5$ m/s, spadek ciśnienia wynosi 19 Pa. Po oderwaniu się pęcherza ciśnienie w kapilarze wyrównuje się w czasie τ . Na podstawie porównania wyników symulacji z wynikami pomiarów w pierwszej fazie ruchu cieczy w kapilarze wielkość czasu τ oszacowano następująco: $\tau = 0.007$ s. Wielkość Δp_1 zapisano w postaci:

$$\Delta p_1(t) = \begin{cases} (0.007 - t) \cdot 0.5 \cdot p & \text{gdy } (0.007 - t) > 0 \\ 0 & \text{gdy } (0.007 - t) < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Współczynnik 0.5 powoduje, że $\Delta p_1 = 19$ Pa dla $t = 0$.

Analiza klatek filmu wykonanego kamerą do szybkich zdjęć pokazuje, że kształt menisku zmienia się nieznacznie w czasie. Na rys. 3 pokazano schematycznie zmiany kształtu menisku w zależności od kierunku ruchu cieczy.



Rys.3. Zmiana kształtu powierzchni rozdziału faz w zależności od kierunku ruchu cieczy

Siłę F_k zapisano w postaci.

$$F_k = C_k \frac{\sigma}{r_o} \quad (9)$$

gdzie: $C_k = \begin{cases} 0.55 & \text{dla ruchu cieczy w dół} \\ 0.53 & \text{dla ruchu cieczy w górę} \end{cases}$

Siłę F_2 opisującą opór przepływu cieczy przez dyszę oszacowano na podstawie równania Hagen-Poiseuille'a właściwego dla jednokierunkowego ustalonego przepływu cieczy przez kanał o przekroju kołowym. W tym przypadku spadek ciśnienie na długości kanału opisany jest zależnością:

$$\Delta p = \frac{8\mu h v_l}{r^2} \quad (10)$$

Siłę niezbędną do pokonania różnicy ciśnienia Δp zapisano w postaci:

$$F_2 = C_o 8\pi\mu h \frac{dh}{dt} \quad (11)$$

gdzie: $C_o = 2$ uwzględnia wzrost oporu wynikający ze zjawisk występujących u wylotu rurki.

Za [10] przyjęto, że masa cieczy uczestnicząca w ruchu wywołanym zalewaniem dyszy jest większa od masy cieczy zawartej w dyszy. Założono, że w ruchu cieczy uczestniczy również ciecz znajdująca się w pobliżu wylotu dyszy. Masę cieczy uczestniczącej w ruchu opisano zależnością:

$$m_l = A\rho_l s h + (a - bv)\rho_l \frac{4}{3}\pi r_o^3 \quad (12)$$

gdzie: na podstawie wyników eksperymentalnych przyjęto: $a = 2.8$ i $b = 4$.

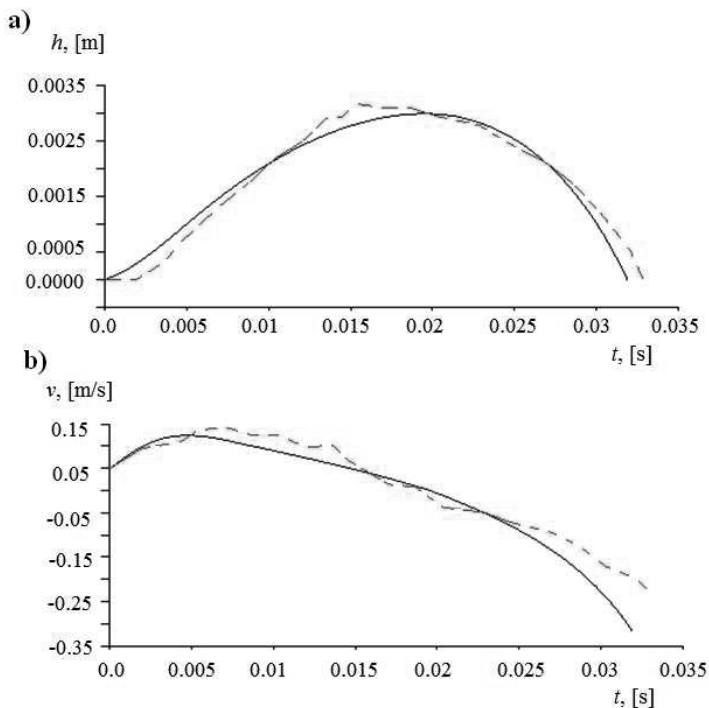
Siła lepkości powoduje, że w kapilarze występuje paraboliczny rozkład prędkości cieczy, dlatego w ruchu uczestniczy jedynie część masy cieczy, co uwzględniono, przyjmując, że $A = 0.5$ [10]. Lewą stronę równania (12) zapisano w postaci:

$$\frac{d}{dt} \left(m_l \frac{dh}{dt} \right) = \left(A\rho_l s \frac{dh}{dt} - b\rho_l \frac{4}{3}\pi r_o^3 \frac{d^2 h}{dt^2} \right) \frac{dh}{dt} + m_l \frac{d^2 h}{dt^2} \quad (13)$$

Po przekształceniach otrzymano:

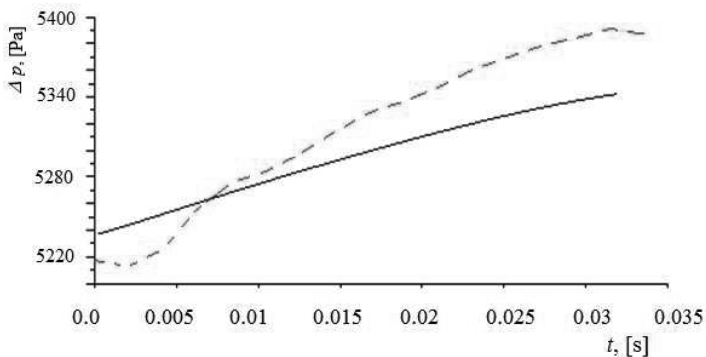
$$\frac{d^2 h}{dt^2} = \frac{1}{m_l} \left\{ s \left[p + \Delta p + \Delta p_1(t) - C_k \frac{\sigma}{r_o} - \rho_l g(H + 2h) \right] - C_o 8\pi\mu h \frac{dh}{dt} - A\rho_l s \frac{dh}{dt} \right\} \quad (14)$$

Układ równań, składający się z równań (7) i (14), rozwiązano numerycznie z wykorzystaniem programu SCILAB. Na rys.4 pokazano porównanie wyników symulacji z wynikami uzyskanymi z eksperymentu.



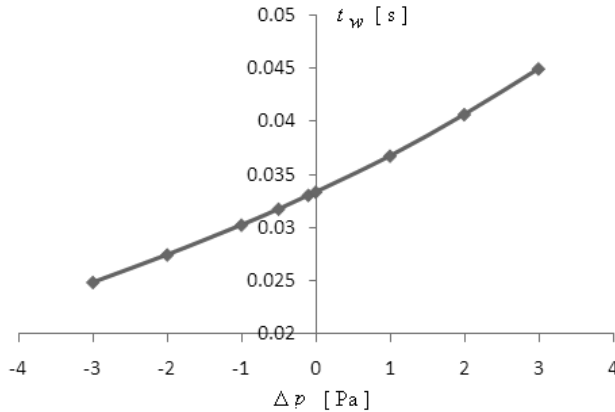
Rys.4. Porównanie wyników eksperymentalnych z wynikami symulacji (linia przerywana – wyniki pomiarów eksperymentalnych). a) zmiana położenia granicy rozdziału faz w kapilarze. b) prędkość cieczy w kapilarze

Na rys.5 pokazano porównanie zmierzonych w eksperymencie zmian ciśnienia w układzie zasilania z wynikami uzyskanymi z zastosowaniem modelu.



Rys.5. Porównanie zmian ciśnienia w układzie zasilania z wynikami uzyskanymi z modelu

Wpływ zmian ciśnienia wywołanego przepływem cieczy ponad kapilarą na zmianę czasu oczekiwania na pojawienie się pęcherza pokazano na rys.6.



Rys.6. Zmiany czasu oczekiwania na następny pęcherz w funkcji zmiany ciśnienia hydrostatycznego. (ciśnienie w cieczy – ciśnienie hydrostatyczne)

3. PODSUMOWANIE

Wyniki symulacji pozwalają na określenie wpływu różnych parametrów układu na czas oczekiwania na pęcherz. Ustalono, że:

- wzrost objętości układu zasilania zwiększa czas oczekiwania,
- wzrost napięcia powierzchniowego zwiększa czas oczekiwania,
- wzrost średnicy dyszy zmniejsza czas oczekiwania,
- wzrost ciśnienia hydrostatycznego powoduje wzrost czasu oczekiwania.

W zależności od kierunku przepływu cieczy ponad wylotem dyszy czas oczekiwania na następny pęcherz może się zwiększać lub zmniejszać (rys.6).

LITERATURA

1. Luewisutthichat W., Tsutsumi A., Yoshida K.: Chaotic hydrodynamics of continuous single-bubble flow systems. "Chemical Engineering Science"1997, Vol. 52, No. 21-22, p. 3685-3691.
2. Oguz H. N., Prosperetti A.: Dynamics of bubble growth and detachment from a needle. "Journal of Fluid Mechanics"1993, Vol. 257, p. 111-145.
3. Hughes R. R., Handlos A. E., Evans H. D., Maycock R. L.: The formation of bubbles at simple orifices. "Chemical Engineering Progress"1955, Vol. 51, No. 12, p. 557-563.
4. Davidson L., Amick E.: Formation of gas bubbles at horizontal orifices, "AIChE Journal"1956, Vol. 2, p. 337-342.
5. Sanada T., Watanabe M., Fukano T., Kariyasaki A.: Behavior of a single coherent gas bubble chain and surrounding liquid jet flow structure, "Chemical Engineering Science"2005, Vol. 60, No. 17, p. 4886-4900.
6. Zhang L., Shoji M.: Aperiodic bubble formation from a submerged orifice. "Chemical Engineering Science"2001, Vol.56, No.18, p.5371-5381.
7. Gerlach D., Alleborn N., Buwa V., Durst F.: Numerical simulation of periodic bubble formation at a submerged orifice with constant gas flow rate. "Chemical Engineering Science"2007, Vol. 62, p. 2109--2125.

8. Badam, V.K., Buwa V., Durst F.: Experimental investigations of regimes of bubble formation on submerged orifices under constant flow condition. "Canadian Journal of Chemical Engineering"2007, Vol. 85, p. 257--267.
9. Buwa V.V, Gerlach D., Durst F., Schlücker E.: Numerical simulations of bubble formation on submerged orifices: Period-1 and period-2 bubbling regimes. "Chemical Engineering Science"2007, Vol. 62, p. 7119 -- 7132.
10. Ruzicka M.C., Bunganic R., Drahos J.: Meniscus dynamics in bubble formation. Part II: Model."Chemical Engineering Research and Design" 2009, Vol.87, p. 1357--1365.

MODELING OF LIQUID MOVEMENT INSIDE THE CAPILLARY TUBE AFTER GAS BUBBLE DEPARTURE

Summary. In the paper the liquid movement inside the capillary tube used for bubble generation has been numerically simulated. The liquid movement has been described by non-linear equation based on Newton role with consideration of gas equation, surface tension and viscosity force. Results of simulation has been compared with experimental results. In the experiment the liquid movement has been recorded using the high speed camera in glass capillary tube. Good agreement with experimental data has been obtained.

*Praca finansowana w ramach grantu: Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego,
N N503 138936*