

BADANIE DETERMINIZMU UKŁADÓW PŁYTOWYCH Z ZASTOSOWANIEM METODY DIAGRAMÓW REKURENCYJNYCH

JOANNA IWANIEC

*Katedra Robotyki i Mechatroniki, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
e-mail: jiwaniec@agh.edu.pl*

Streszczenie. W pracy przedstawiono zagadnienia dotyczące badania determinizmu układów mechanicznych z zastosowaniem metody diagramów rekurencyjnych, której istotą jest wizualizacja rekurencyjności stanów badanych układów w przestrzeni fazowej. Metodę zastosowano do badania własności płyt aluminiowych: płyty nieuszkodzonej i płyty z pęknięciem, wzbudzanych do drgań za pomocą sygnałów harmonicznnych o częstotliwościach pierwszej, trzeciej i szóstej postaci drgań własnych badanych płyt.

1. WSTĘP

Metoda diagramów rekurencyjnych [7, 8] została przedstawiona po raz pierwszy w pracy Eckmanna, Oliffsona i Ruellego [3], opublikowanej w 1987 roku. Początkowo stosowana była jedynie do wizualizacji trajektorii fazowych badanych układów. Obecnie najczęstszym zastosowaniem metody jest detekcja jakościowych zmian w zachowaniu dynamicznym układów mechanicznych.

Zaletą metody diagramów rekurencyjnych jest możliwość analizowanie krótkich, niestacjonarnych przebiegów czasowych danych [7, 8]. Z tego względu metoda stosowana jest w wielu dziedzinach nauki, między innymi w technice (np. do detekcji zjawiska chaosu [4]), biologii (np. do badania korelacji w sekwencji kodu DNA [10]), chemii [5], geologii [8], kardiologii (do badania cykli bicia serca [11]) i neurologii (np. do analizy sygnałów EEG [1]).

W badaniach eksperymentalnych pomiar wszystkich składowych niezbędnych do sformułowania wektora stanu zazwyczaj nie jest możliwy do przeprowadzenia. Z tego względu bardzo często rekonstrukcja przestrzeni fazowej dokonywana jest z zastosowaniem metody opóźnienia w czasie na podstawie dyskretnego pomiaru pojedynczej zmiennej [8].

Diagramem rekurencyjnym nazywana jest graficzna reprezentacja rekurencyjności stanów w przestrzeni fazowej, opisana macierzą $[R]_{N \times N}$ [3, 8]:

$$[R_{i,j}] = \Theta(\varepsilon - \|\{x_i\} - \{x_j\}\|), \quad i, j = 1, \dots, N \quad (1)$$

gdzie: ε : założona wartość progowa, $\Theta(\cdot)$: funkcja Heaviside'a, $\|\cdot\|$: norma wektora.

Innymi słowy, diagram rekurencyjny jest graficzną reprezentacją macierzy $[R_{i,j}]$:

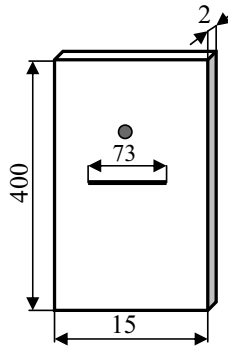
$$[R_{i,j}] = \begin{cases} 1: & \{x_i\} \approx \{x_j\} \\ 0: & \{x_i\} \neq \{x_j\} \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, N \quad (2)$$

gdzie: N : liczba analizowanych stanów układu, $\{x_i\} \approx \{x_j\}$: punkty leżące w sąsiedztwie o promieniu ε (zdefiniowanym zgodnie z zastosowaną normą).

W celu wyznaczenia diagramu rekurencyjnego konieczne jest zdefiniowanie wartości trzech parametrów: wartości progowej ε , opóźnienia τ oraz rozmiaru przestrzeni fazowej m . W badaniach, których rezultaty zaprezentowano w niniejszej pracy, wartość τ wyznaczono metodą funkcji informacji wzajemnej [2]), a minimalny rozmiar przestrzeni fazowej m , umożliwiający poprawne odwzorowanie trajektorii fazowych badanych układów, obliczono metodą fałszywych najbliższych sąsiadów [6]. Wartość progową ε przyjęto w taki sposób, by gęstość punktów uzyskanego diagramu rekurencyjnego wynosiła około 1%. Obliczenia przeprowadzono w pakiecie oprogramowania *CRP Toolbox for Matlab* [9].

2. ZASTOSOWANIE METODY DIAGRAMÓW REKURENCYJNYCH DO BADANIA WŁASNOŚCI PŁYT ALUMINIOWYCH

Przedmiotem badań były 2 płyty aluminiowe o wymiarach 400×150×2 mm, gęstości 2 780 kg/m³, module Younga 72 400 MPa i współczynnika Poissona 0,33: płyta nieuszkodzona oraz płyta z pęknięciem o długości 73 mm (rys. 1).



Rys. 1. Płyta aluminiowa z pęknięciem

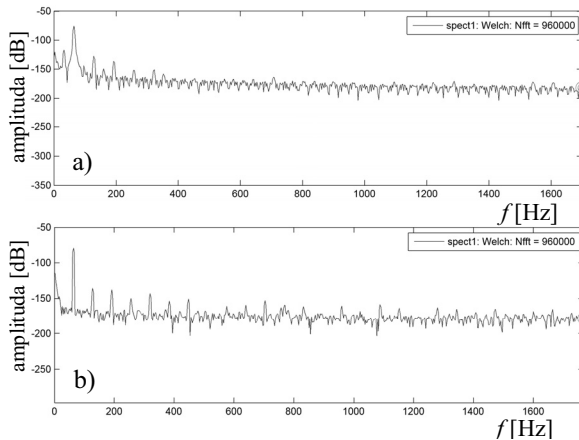
Podczas eksperymentów identyfikacyjnych przeprowadzonych na laboratoryjnym stanowisku badawczym, w celu wyeliminowania wpływu warunków brzegowych na mierzone charakterystyki, badane płyty zostały zamocowane na elastycznych linkach i wzbudzone do drgań przy użyciu wzbudnika elektromagnetycznego. W poszczególnych testach, jako sygnały wymuszające, zastosowane zostały sygnały harmoniczne o częstotliwościach odpowiadających pierwszej, trzeciej i szóstej postaci drgań własnych badanych płyt. Zestawienie parametrów konfiguracyjnych zastosowanego układu pomiarowego przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry konfiguracji układu pomiarowego

Nr	Parametr	Wartość
1	Amplituda napięcia wzbudnika	7 V
2	Częstotliwość próbkowania	2560000 Hz
3	Wymuszenie	harmoniczne

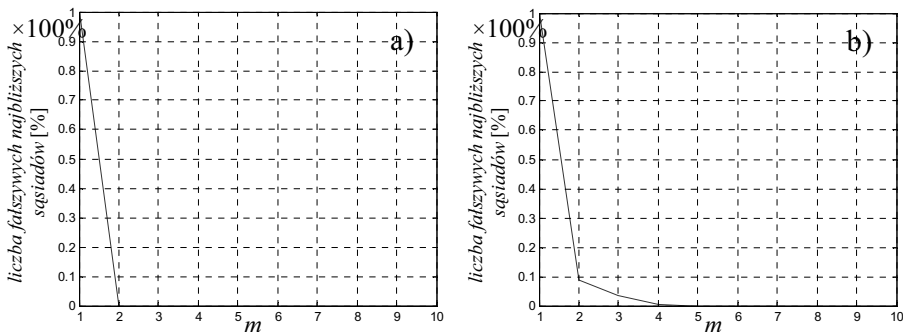
Celem eksperymentu było badanie zmian determinizmu odpowiedzi układu nieuszkodzonego i uszkodzonego (z propagującym pęknięciem) w funkcji częstotliwości wymuszenia.

Na rys. 2 przedstawiono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe wyznaczone na podstawie zarejestrowanych sygnałów czasowych przemieszczeń płyt drgających pod wpływem wymuszenia harmonicznego o częstotliwości f_{wym} odpowiadającej częstotliwości pierwszej postaci drgań własnych $f_{płyty_postac_1}$ płyty nieuszkodzonej (rys. 2a) i uszkodzonej (rys. 2b).

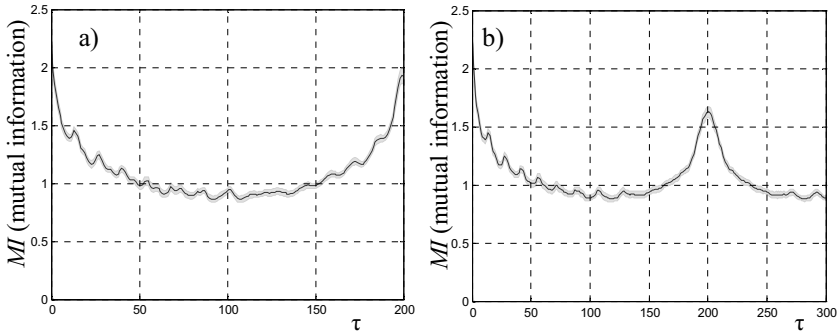


Rys. 2. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przemieszczeń płyty a) nieuszkodzonej, b) uszkodzonej ($f_{wym} = f_{płyty_postac_1}$)

Minimalny rozmiar przestrzeni fazowej m , niezbędny do reprezentacji trajektorii fazowej badanego układu, wyznaczono metodą fałszywych najbliższych sąsiadów (rys. 3). Stwierdzono, że dla płyty nieuszkodzonej $m = 2$, dla płyty uszkodzonej $m = 4$. Optymalna, w sensie kryterium informacji wzajemnej, wartość opóźnienia czasowego wynosi $\tau = 90$ w przypadku płyty nieuszkodzonej i $\tau = 99$ w przypadku płyty uszkodzonej (rys. 4).

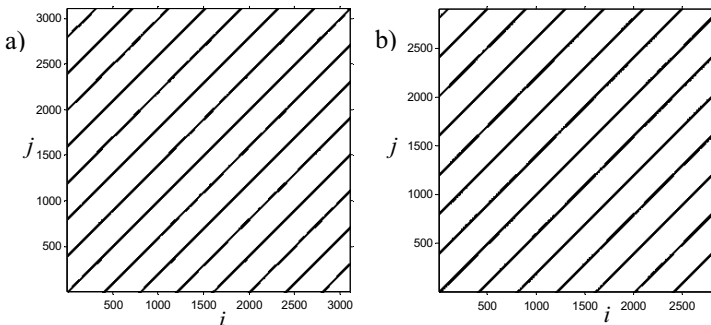


Rys. 3. Rozmiar przestrzeni fazowej wyznaczony metodą fałszywych najbliższych sąsiadów a) płyty nieuszkodzonej ($m = 2$), b) płyty uszkodzonej ($m = 4$), $f_{wym} = f_{płyty_postac_1}$



Rys. 4. Opóźnienie czasowe τ , odpowiadające pierwszemu minimum funkcji MI wykreślonej dla a) płyty nieuszkodzonej ($\tau = 90$), b) płyty uszkodzonej ($\tau = 99$), $f_{wym} = f_{płyty_postac_1}$

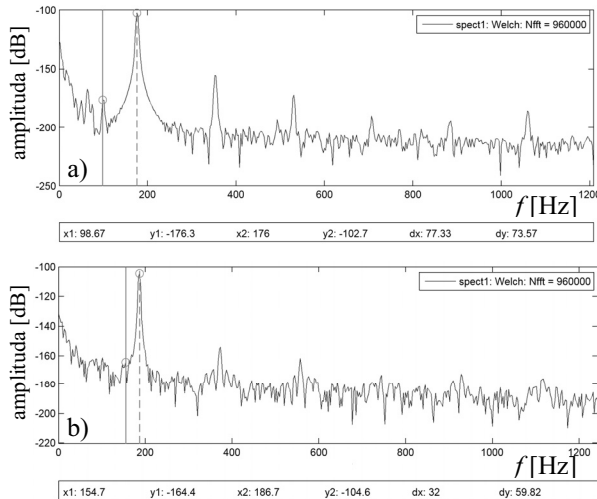
Na rys. 5 przedstawiono diagramy rekurencyjne wyznaczone na podstawie sygnałów przemieszczeń płyty nieuszkodzonej (rys. 5a) i uszkodzonej (rys. 5b). W obydwu przypadkach linie diagonalne wyznaczonych diagramów rekurencyjnych są ciągłe, co świadczy o regularnych zachowaniach dynamicznych badanych układów.



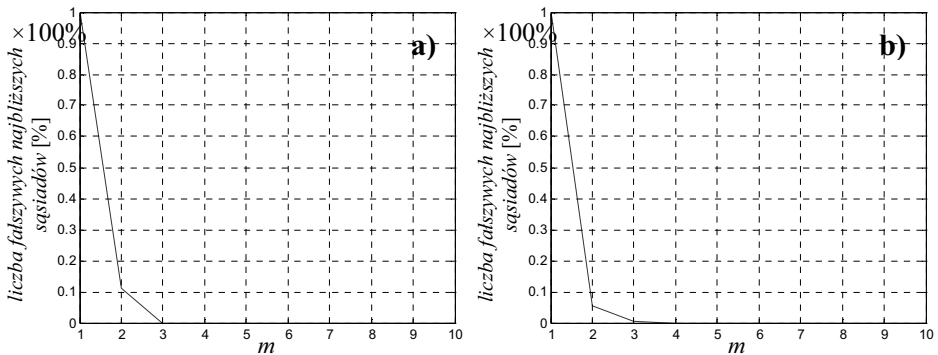
Rys. 5. Diagram rekurencyjny wyznaczony dla płyty a) nieuszkodzonej ($m = 2$, $\tau = 90$, $\varepsilon = 0,1$, kryterium FAN), b) uszkodzonej ($m = 4$, $\tau = 99$, $\varepsilon = 0,1$, kryterium FAN).

Na rys. 6 przedstawiono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe wyznaczone na podstawie zarejestrowanych sygnałów czasowych przemieszczeń płyt drgających pod wpływem wymuszenia harmonicznego o częstotliwości f_{wym} odpowiadającej częstotliwości trzeciej postaci drgań własnych $f_{płyty_postac_3}$ badanych płyt. Minimalny rozmiar przestrzeni fazowych m rozpatrywanych płyt wyznaczono metodą fałszywych najbliższych sąsiadów (rys. 7), a wartości opóźnień τ – metodą poszukiwania pierwszego minimum funkcji MI (rys. 8). Obliczono, że w przypadku płyty nieuszkodzonej $m = 3$, $\tau = 50$. W przypadku płyty uszkodzonej $m = 4$, $\tau = 43$.

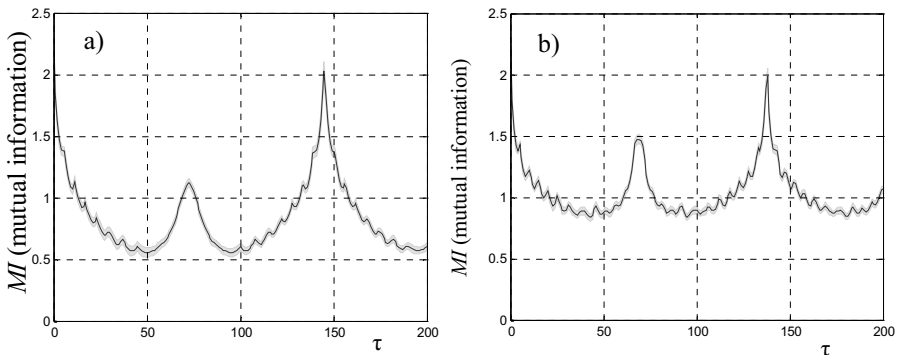
Na rys. 9 przedstawiono diagramy rekurencyjne wyznaczone na podstawie sygnałów przemieszczeń płyty nieuszkodzonej i uszkodzonej, drgającej pod wpływem wymuszenia harmonicznego o częstotliwości f_{wym} odpowiadającej częstotliwości trzeciej postaci drgań własnych $f_{płyty_postac_3}$ badanych płyt. Linie diagonalne widoczne na diagramach są bardziej zakłócone niż w przypadku diagramów rekurencyjnych wyznaczonych dla płyt drgających pod wpływem wymuszenia o częstotliwości $f_{wym} = f_{płyty_postac_1}$, co świadczy o wzroście nieregularności zachowań badanych płyt wraz ze wzrostem częstotliwości wymuszenia.



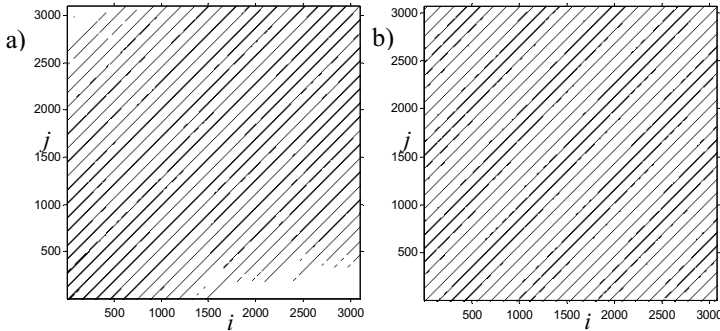
Rys. 6. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przemieszczeń płyty a) nieuszkodzonej, b) uszkodzonej ($f_{wym} = f_{płyty_postac_3}$)



Rys. 7. Minimalny rozmiar przestrzeni fazowej, umożliwiający reprezentację trajektorii fazowej a) płyty nieuszkodzonej ($m = 3$), b) płyty uszkodzonej ($m = 4$), $f_{wym} = f_{płyty_postac_3}$

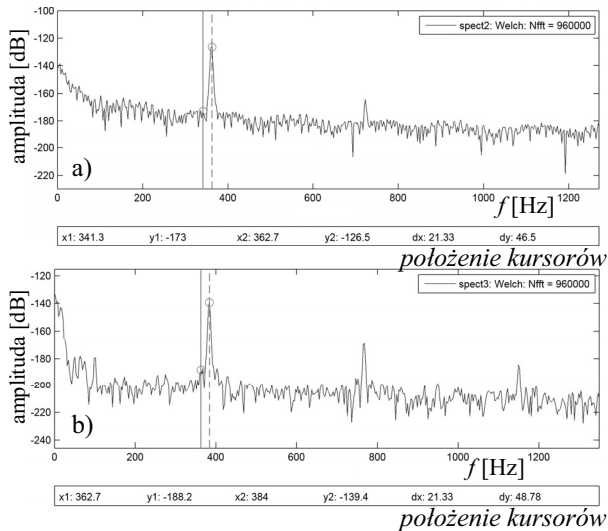


Rys. 8. Opóźnienie czasowe τ a) płyty nieuszkodzonej ($\tau = 50$), b) płyty uszkodzonej ($\tau = 43$), ($f_{wym} = f_{płyty_postac_3}$)



Rys. 9. Diagram rekurencyjny wyznaczony dla płyty a) nieuszkodzonej ($m = 3$, $\tau = 50$, $\varepsilon = 0.1$, kryterium FAN), b) uszkodzonej ($m = 4$, $\tau = 43$, $\varepsilon = 0.1$, kryterium FAN)

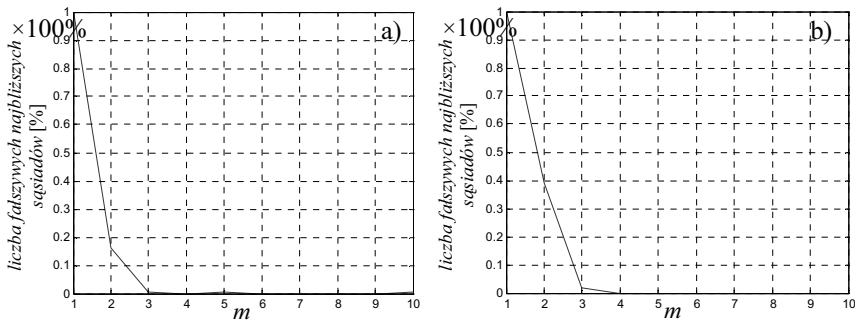
Na rys. 10 przedstawiono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe wyznaczone na podstawie zarejestrowanych sygnałów czasowych przemieszczeń płyt drgających pod wpływem wymuszenia harmonicznego o częstotliwości f_{wym} odpowiadającej częstotliwości szóstej postaci drgań własnych $f_{płyty_postac_6}$ tych płyt.



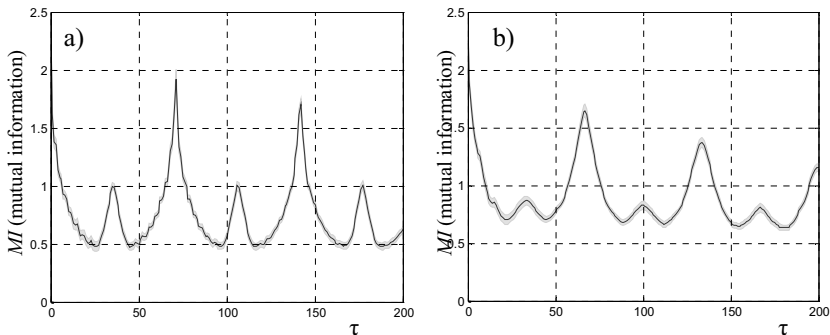
Rys. 10. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przemieszczeń płyty a) nieuszkodzonej, b) uszkodzonej ($f_{wym} = f_{płyty_postac_6}$)

Minimalny rozmiar przestrzeni fazowej m , niezbędny do reprezentacji trajektorii fazowej badanego układu, wyznaczono metodą fałszywych najbliższych sąsiadów (rys. 11). Stwierdzono, że dla płyty nieuszkodzonej $m = 3$, dla płyty uszkodzonej $m = 4$. Optymalna, w sensie kryterium informacji wzajemnej, wartość opóźnienia czasowego τ wynosi $\tau = 26$ w przypadku płyty nieuszkodzonej i $\tau = 25$ w przypadku płyty uszkodzonej (rys. 12).

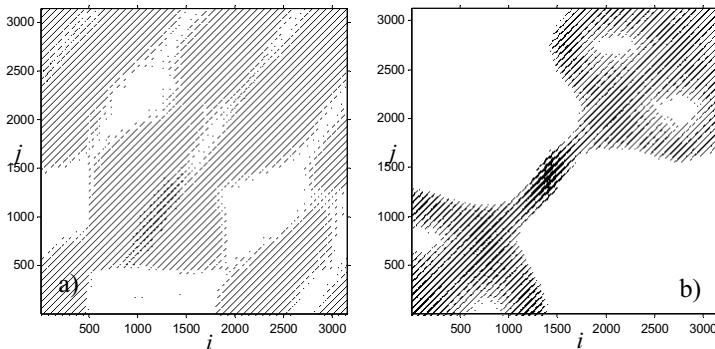
Na rys. 13 przedstawiono diagramy rekurencyjne wyznaczone na podstawie sygnałów przemieszczeń płyty nieuszkodzonej (rys. 13a) i uszkodzonej (rys. 13b). Rozmieszczenie struktur rekurencyjnych na uzyskanych diagramy oraz występowanie charakterystycznych białych obszarów świadczy o występowaniu gwałtownych zmian w dynamice badanych układów.



Rys. 11. Minimalny rozmiar przestrzeni fazowej a) płyty nieuszkodzonej ($m = 3$), b) płyty uszkodzonej ($m = 4$), $f_{wym} = f_{płyty_postac_6}$



Rys. 12. Opóźnienie czasowe τ , odpowiadające pierwszemu minimum funkcji MI wykreślonej dla a) płyty nieuszkodzonej ($\tau = 26$), b) płyty uszkodzonej ($\tau = 25$), ($f_{wym} = f_{płyty_postac_6}$)



Rys. 13. Diagram rekurencyjny wyznaczony dla płyty a) nieuszkodzonej ($m = 3$, $\tau = 26$, $\epsilon = 0,1$, kryterium FAN), b) uszkodzonej ($m = 4$, $\tau = 25$, $\epsilon = 0,1$, kryterium FAN)

3. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

W pracy przedstawiono metodę diagramów rekurencyjnych, której istotą jest wizualizacja rekurencyjności stanów badanych układów w przestrzeni fazowej. Metodę zastosowano do badania własności płyt aluminiowych: płyty nieuszkodzonej i płyty z pęknięciem,

wzbudzonych do drgań za pomocą sygnałów harmonicznycych o częstotliwościach pierwszej, trzeciej i szóstej postaci drgań własnych badanych płyt.

Na podstawie uzyskanych rezultatów można stwierdzić, że metoda diagramów rekurencyjnych może być stosowane do wykrywania zmian w dynamicznym zachowaniu się układów spowodowanych np. wystąpieniem zakłóceń, zmianą częstotliwości wymuszenia lub wystąpieniem uszkodzenia, jednak w zastosowaniach praktycznych detekcja przyczyny powodującej zmiany zachowania układu może być trudna do przeprowadzenia.

LITERATURA

1. Acharya R., Faustand O., Kannathal N., Chua T.L., Laxminarayan S.: Non-linear analysis of EEG signals at various sleep stages. "Comput. Meth. Programs Biomed." 2005, Vol. 80, p. 37-45.
2. Cao L.: Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. "Physica D." 1997, Vol. 110 (1-2), p. 43-50.
3. Eckmann J.P., Oliffson K.S., Ruelle D.: Recurrence plots of dynamical systems. "Europhys. Lett." 1987, Vol. 5, p. 973-977.
4. Elwakil A.S., Soliman A.M.: Mathematical models of twin-T, wien-bridge and family of minimum component electronic chaos generators with demonstrative recurrence plots. "Chaos Solit. Fract." 1999, Vol. 10 (8), p. 1399-1411.
5. Giuliani A., Manetti C.: Hidden peculiarities in the potential energy time series of a tripeptide highlighted by a recurrence plot analysis: a molecular dynamics simulation, Physical Review E, Vol. 53(6), 1996, s. 6336-6340.
6. Kantz H., Schreiber T.: Nonlinear time series analysis. Cambridge: University Press, 1997.
7. Marwan N.: A historical review of recurrence plots. "European Physical Journal" - Special Topics 2008, Vol. 164, p.3-12.
8. Marwan N., Romano M.C., Thiel M., Kurths J.: Recurrence plots for the analysis of complex systems. "Physics Reports" 2007, 438, p. 237-329.
9. Marwan N.: Cross recurrence plot toolbox for Matlab. Reference manual, Version 5.15, Release 28.6, 2010, <http://tocsy.pik-potsdam.de>.
10. Wu Z.B.: Recurrence plot analysis of DNA sequences. "Phys. Lett. A", 2004, Vol. 332, p. 250-255.
11. Zbilut J.P., Koebbe M., Loeb H., Mayer-Kress G.: Use of recurrence plots in the analysis of heart beat intervals. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computers in Cardiology 1990, IEEE Computer Society Press. Chicago 1991, p. 263-266.

RESEARCH INTO DETERMINISM OF PLATE SYSTEMS WITH THE USE OF RECURRENCE PLOTS METHOD

Summary. The paper concerns research into determinism of mechanical systems with the use of the Recurrence Plots method. There are presented the results of Recurrence Plots method application to the research into properties of two aluminium plates (undamaged and cracked). The plates were excited to vibrations with the use of harmonic exciting signals of frequencies corresponding to the frequencies of their first, third and sixth natural mode shapes.

Praca naukowa została sfinansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy habilitacyjny N N504 493439.