

## MODELOWANIE DYNAMIKI LOTU POCISKÓW ARTYLERYJSKICH O WYDŁUŻONYM ZASIĘGU

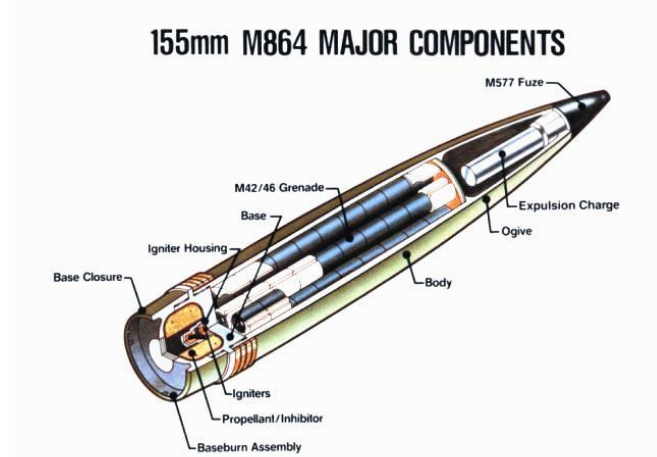
LESZEK BARANOWSKI

*Instytut Elektromechaniki, Wojskowa Akademia Techniczna Warszawa*

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono równania ruchu pocisku artyleryjskiego o wydłużonym zasięgu, który jest stabilizowany obrotowo i odznacza się statecznością dynamiczną. Równania umożliwiają symulacje lotu pocisku artyleryjskiego zawierającego gazogenerator (ang. base-burn) w rzeczywistych warunkach atmosferycznych.

### 1. WSTĘP

Jednym ze sposobów zwiększania zasięgu klasycznych pocisków artyleryjskich stabilizowanych obrotowo jest stosowanie gazogeneratora umieszczonego w części tylnej pocisku (rys. 1), zawierającego zapłonnik (igniter) oraz kostkę stałego paliwa (propellant).



Rys. 1. Przykład rozwiązania konstrukcyjnego pocisku artyleryjskiego o wydłużonym zasięgu zaopatrzonego w gazogenerator (Baseburn)

Podczas pracy gazogeneratora spala się ładunek paliwa stałego, a produkty spalania w postaci gazów wydostają się na zewnątrz. Powoduje to zmniejszenie podciśnienia za dnem pocisku, a w konsekwencji zmniejszenie oporu czołowego pocisku i zwiększenie jego zasięgu.

Efektywne wykorzystanie takich pocisków na polu walki wymaga stosowania do wyznaczenia nastaw (kąta podniesienia i odchylenia lufy działa) dokładnych i szybkich systemów kierowania ogniem, wykorzystujących w swojej pracy odpowiednie modele matematyczne lotu pocisków artyleryjskich w rzeczywistych warunkach atmosferycznych. Z

tego też względu w pracy przedstawiono metodykę modelowania lotu pocisków artyleryjskich z gazogeneratorem w postaci dodatkowych równań uzupełniających model matematyczny lotu klasycznego pocisku artyleryjskiego zgodny z natowskim dokumentem standaryzacyjnym (Stanag 4355 Ed. 3). Dodatkowe równania opisują przede wszystkim zmianę oporu dennego pocisku spowodowanego wydatkiem masowym produktów spalania gazogeneratora oraz pozwalają obliczyć bieżący wydatek masowy gazogeneratora z uwzględnieniem jego zależności od chwilowej prędkości wirowania pocisku oraz ciśnienia atmosferycznego powietrza.

## 2. OPÓR DENNY POCISKU ARTYLERYJSKIEGO Z GAZOGENERATOREM

Teoretyczne rozważania o powodach i mechanizmach zmniejszenia oporu dennego pocisku artyleryjskiego na skutek pracy gazogeneratora można znaleźć w pracach Gunnerna, Anderssona i Hellgrena [2] oraz w opracowaniu Danberga [1]. Zakładając, zgodnie z powyższymi pracami, iż wpływ produktów spalania z gazogeneratora ma wpływ na zmianę ciśnienia tylko w części dennego pocisku, zależność między współczynnikiem oporu pocisku z pracującym gazogeneratorem  $C_{D_{0g}}$  a współczynnikiem oporu pocisku z niepracującym gazogeneratorem  $C_{D_0}$  można przedstawić w następującej postaci

$$C_{D_{0g}} = C_{D_0} - \Delta C_{D_{0b}} \quad (1)$$

gdzie  $\Delta C_{D_{0b}}$  jest różnicą we współczynniku oporu dennego wywołaną zmniejszonym podciśnieniem za dnem pocisku, w przypadku pracującego gazogeneratora.

W konsekwencji siła oporu powietrza działająca na pocisk artyleryjski z pracującym gazogeneratorem, zgodnie ze Stanagiem 4355 [5], przyjmuje następującą postać

$$\frac{d\mathbf{F}}{dt} = - \left( \frac{\pi r i d^2}{8} \right) \left( C_{D_0} - \Delta C_{D_{0b}} + C_{D_{a_2}} (Q_D a_e)^2 \right) v \cdot \mathbf{v} \quad (2)$$

Uwzględniając, iż współczynnik oporu dennego pocisku wyraża się poniższą zależnością

$$C_{D_{0b}} = \frac{1 - P_b / P_\infty}{\frac{g}{2} M^2 \left( \frac{d}{d_b} \right)^2} \quad (3)$$

wzór na różnicę we współczynniku oporu dennego pocisku przyjmuje następującą postać

$$\Delta C_{D_{0b}} = - \frac{P_{b_p} / P_\infty - P_{b_n} / P_\infty}{\frac{g}{2} M^2 \left( \frac{d}{d_b} \right)^2} \quad (4)$$

gdzie:

$P_{b_p}$  - średnia wartość ciśnienia powietrza za dnem pocisku, w przypadku pracującego gazogeneratora,

$P_{b_n}$  - średnia wartość ciśnienia powietrza za dnem pocisku, w przypadku niepracującego gazogeneratora,

$P_\infty$  - ciśnienia powietrza w przepływie swobodnym (niezakłóconym),

$g$  - współczynnik adiabaty dla powietrza,

$M$  - liczba Macha w przepływie swobodnym (niezakłóconym),

$d$  - średnica pocisku,

$d_b$  - średnica przekroju dennego pocisku.

Siła oporu powietrza działająca na pocisk artyleryjski z pracującym gazogeneratorem, przyjmuje wówczas następującą postać

$$\mathbf{DF} = - \left( \frac{\Pi r i d^2}{8} \right) \left( C_{D_0} - \frac{P_{b_p} / P_\infty - P_{b_n} / P_\infty}{\frac{g}{2} M^2 \left( \frac{d}{d_b} \right)^2} + C_{D_{a^2}} (Q_D a_e)^2 \right) v \cdot \mathbf{v} \quad (5)$$

W dalszej części pracy różnicę między stosunkami ciśnień  $(P_{b_p} / P_\infty - P_{b_n} / P_\infty)$  będziemy oznaczać jako  $\Delta BP$ . Badania doświadczalne w tunelu aerodynamicznym przeprowadzone przez Danberga [1] wykazały, iż w przypadku typowych gazogeneratorów  $\Delta BP$  może być wyrażona jako liniowa zależność od bezwymiarowego współczynnika stosunku wydatków masowych  $I$  zdefiniowanego następująco

$$I = \frac{\dot{m}_f}{rvA_b} \quad (6)$$

gdzie  $\dot{m}_f$  jest wydatkiem masowym paliwa spalany w gazogeneratorze a  $rvA_b$  jest masowym natężeniem przepływu strumienia swobodnego (niezakłóconego) przez powierzchnię przekroju dennego pocisku  $A_b$ . Uwzględniając powyższe oraz obliczenia numeryczne wykonane przez Nietubicza i Sahu z wykorzystaniem równań Navier-Stokesa [4],  $\Delta BP$  można wyrazić następująco

$$\Delta BP = f(I) = I \left( \frac{d(P_b / P)}{dI} \right)_{I=0} \quad (7)$$

gdzie pochodna  $\left( \frac{d(P_b / P)}{dI} \right)_{I=0}$  oznaczana często jako  $\left( \frac{dBP}{dI} \right)$  jest funkcją tylko liczby macha  $M$ .

Natomiast siłę oporu powietrza działająca na pocisk artyleryjski z pracującym gazogeneratorem daje się wyrazić następującą zależnością

$$\mathbf{DF} = - \left( \frac{\Pi r i d^2}{8} \right) \left( C_{D_0} - \frac{\dot{m}_f \left( \frac{dBP}{dI} \right)}{rvA_b} + C_{D_{a^2}} (Q_D a_e)^2 \right) v \cdot \mathbf{v} \quad (8)$$

### 3. MODEL MATEMATYCZNY RUCHU POCISKU ARTYLERYJSKIEGO ZAWIERAJĄCEGO GAZOGENERATOR

Model matematyczny (zgodny ze Stanagiem 4355) przestrzennego ruchu pocisku artyleryjskiego stabilizowanego obrotowo zawierającego gazogenerator wyprowadza się przy następujących założeniach:

- pocisk jest stateczny dynamicznie,
- uwzględnia się tylko najbardziej istotne siły i ich momenty działające na pocisk,
- pomija się procesy przejściowe w ruchu oscylacyjnym pocisku dookoła jego środka masy wskutek zastąpienia rzeczywistego kąta nutacji  $a$  - kątem nutacji równowagi dynamicznej  $a_e$  (ang. yaw of repose),
- dla skompensowania efektów poczynionych założeń upraszczających odnośnie kąta nutacji i pracy gazogeneratora stosuje się współczynniki dopasowania (parametry wyrównawcze)

uwzględnianych w modelu sił aerodynamicznych:  $f(i_{BB,MT})$  - współczynnik dopasowania oporu czołowego,  $Q_D$  - współczynnik dopasowania oporu indukowanego,  $f_L$  - współczynnik dopasowania siły odchylającej oraz  $Q_M$  współczynnik dopasowania siły Magnusa,  $f_{BP}$  oraz  $f_{BP_p}$  - współczynniki dopasowania czasu pracy gazogeneratora (czasu wypalenia się paliwa).

Zgodnie z II zasadą dynamiki Newtona, uwzględniając wyżej poczynione założenia, równanie ruchu pocisku artyleryjskiego z gazogeneratorem można zapisać następująco

$$\dot{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{r}}{m} \mathbf{DF} + \frac{\mathbf{u}}{m} \mathbf{LF} + \frac{\mathbf{u}}{m} \mathbf{MF} + \mathbf{g} + \dot{\mathbf{A}} \quad (9)$$

### 3.1. Wektorowa postać sił działających na pocisk artyleryjski z gazogeneratorem

Siły występujące w równaniu ruchu (9) definiowane są następująco:

- siła oporu aerodynamicznego

$$\mathbf{u} \mathbf{DF} = - \left( \frac{\Pi r i d^2}{8} \right) \left( C_{D_0} - f(i_{BB,MT}) \frac{r v A_b \left( \frac{dBP}{dI} \right)}{\frac{g}{2} M^2 \left( \frac{d}{d_b} \right)^2} + C_{D_{a^2}} (Q_D a_e)^2 \right) v \cdot \mathbf{v} \quad (10)$$

gdzie:

$$f(i_{BB,MT}) = i_{BB(MT=21)} + b_1(MT - 21) + b_2(MT - 21)^2 + b_3(MT - 21)^3$$

- siła nośna

$$\mathbf{u} \mathbf{LF} = \left( \frac{\Pi r d^2 f_L}{8} \right) (C_{L_a} + C_{L_{a^2}} a_e^2) v^2 \cdot \mathbf{a}_e \quad (11)$$

- siła Magnusa

$$\mathbf{u} \mathbf{MF} = - \frac{\Pi r d^3 Q_M p C_{mag-f}}{8} (\mathbf{a}_e \times \mathbf{v}) \quad (12)$$

gdzie:

$$\dot{\mathbf{A}} = \frac{\Pi r d^4 p v C_{spin}}{8 I_x} - \text{przyspieszenia kątowe pocisku wzdłuż osi podłużnej}$$

- siła ciężkości

$$m \mathbf{g} = -m g_0 \left( R^2 / r^3 \right) \mathbf{r} = -m g_0 \begin{bmatrix} X_1 / R \\ 1 - 2X_2 / R \\ X_3 / R \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie:

$\mathbf{r} = \dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{R}}$  - wektor położenia pocisku względem środka masy Ziemi,

$R = 6356766$  [m] - promień Ziemi,

$g_0 = 9.80665[1 - 0.0026 \cos(2lat)]$  [m/s<sup>2</sup>],

$lat$  - szerokość geograficzna.

- siła Coriolisa

$$m \dot{\mathbf{A}} = -2m (\dot{\mathbf{u}} \times \mathbf{r}) \quad (14)$$

gdzie:

$$\mathbf{\omega} = \begin{bmatrix} \Omega \cos(lat) \cos(AZ) \\ \Omega \sin(lat) \\ -\Omega \cos(lat) \sin(AZ) \end{bmatrix} - \text{składowe wektor prędkości kątowej Ziemi,}$$

$$\Omega = 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ [rad/s]} - \text{moduł prędkości kątowej Ziemi.}$$

Kąt równowagi dynamicznej (yaw of repose) występujący w wyrażeniach na siły aerodynamiczne wyznaczany jest z zależności

$$\mathbf{a}_e = - \frac{8I_x P (\mathbf{v} \times \mathbf{\omega})}{\Pi r d^3 (C_{M_a} + C_{M_{a^3}} a_e^2) v^4} \quad (15)$$

gdzie  $\dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{w}}$  - wektor prędkości pocisku względem powietrza.

### 3.2. Równania dodatkowe wynikające ze zmiany masy pocisku

Równania opisujące wydatek masowy paliwa spalane w gazogeneratorze zależą od parametrów lotu pocisku i w funkcji czasu lotu wyrażają się następująco:

w chwili  $t = 0$

$$m = m_0 \quad \text{oraz} \quad \mathbf{\dot{m}} = 0$$

dla  $0 < t < t_{DI}$

$$\mathbf{\dot{m}} = -m_{DI} / t_{DI} \quad (16)$$

dla  $t_{DI} \leq t < t_B$

$$\mathbf{\dot{m}} = -\mathbf{\dot{m}}_f \quad (17)$$

$$\mathbf{\dot{m}}_f = \left( \frac{t_B^* - t_{(t)}^*}{t_{B(t)} - t} \right) \mathbf{\dot{m}}_f^* \quad (18)$$

$$\mathbf{\dot{m}}_{(t)}^* = \frac{t_B^* - t_{(t)}^*}{t_{B(t)} - t} \quad (19)$$

$$\mathbf{\dot{m}}_{B(t)}^* = (t_{B(t)} - t) \left[ f_{BT_p} \frac{\mathbf{\dot{m}}}{p} + f_{BT_p} \frac{\mathbf{\dot{m}}}{P} \right] \quad (20)$$

$$\mathbf{\dot{m}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{\Delta P}{\Delta X_2} u_2 \quad (21)$$

dla  $t \geq t_B$

$$m = m_B = m_0 - m_{DI} - m_f \quad (22)$$

$$\mathbf{\dot{m}} = 0 \quad (23)$$

gdzie:  $\mathbf{\dot{m}}_f^* = F(t^*)$  - standardowy wydatek masowy określony dla standardowej temperatury paliwa  $MT$ , standardowej prędkości obrotowej pocisku  $p_r$  i standardowego ciśnienia atmosferycznego  $P_r$ ,

$t$  - obliczany bieżący czas lotu pocisku,

$t^*$  - pseudo-czas pracy gazogeneratora.

Bieżące położenie środka masy pocisku wyznacza się z zależności

$$X_{CG} = X_{CG_0} + \left[ \frac{(X_{CG_0} - X_{CG_B})(m - m_0)}{m_0 - m_B} \right] \quad (24)$$

Bieżący osiowy moment bezwładności pocisku opisuje równanie

$$I_X = I_{X_0} + \left[ \frac{(I_{X_0} - I_{X_B})(m - m_0)}{m_0 - m_B} \right] \quad (25)$$

Bieżący współczynnik momentu wywracającego pocisk opisuje równanie

$$C_{M_\alpha} = C_{M_\alpha}^* + \left[ \frac{(X_{CG} - X_{CG_0})(C_{D_0} + C_{L_\alpha})}{d} \right] \quad (26)$$

Współczynniki sił i momentów aerodynamicznych oraz ich pochodne występujące w modelu ( $C_{D_0}, C_{D_{a^2}}, C_{L_a}, C_{L_{a^3}}, C_{mag-f}, C_{M_a}, C_{M_{a^3}}$ ) przedstawia się w funkcji liczby Macha w postaci wielomianu czwartego stopnia

$$C_i = a_0 + a_1M + a_2M^2 + a_3M^3 + a_4M^4 \quad (27)$$

#### 4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawiony w pracy model matematyczny lotu pocisku artyleryjskiego z gazogeneratorem może być z powodzeniem stosowany w systemach kierowania ogniem artylerii naziemnej oraz do zestawiania tabel strzelniczych. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, iż praktyczne wykorzystanie modelu wymaga przeprowadzenia odpowiednio oprzyrządowanych, specjalistycznych strzałów poligonowych (szczegółowo opisanych w Stanagu 4144 Ed. 2) celem identyfikacji współczynników sił i momentów aerodynamicznych występujących w modelu oraz współczynników dopasowania. Zagadnienia omówione w artykule jak i stosowane oznaczenia - są w pełni zgodne z postanowieniami Stanagu 4355 Ed. 3.

Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych w latach 2004-2006 jako projekt badawczy 0T00B00127

#### LITERATURA

1. Daneberg J. E.: Analysis of the Flight Performance of the 155 mm M864 Base Burn Projectile. U.S. Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD, April 1990.
2. Gunners N. E., Andersson K., Hellgren R.: Base-Bleed Systems for Gun Projectiles. Progress in Astronautics and Aeronautics Gun Propulsion Technology. Chapter 16, Volume 109, Dated 1988.
3. Kayser L. D., Kuzan J. D., Vazquez D. N.: Ground Testing for Base-Burn Projectile Systems. U.S. Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD, November 1988.
4. Nietubicz C. J., Sahu J.: Navier-Stokes Computations of Base Bleed Projectiles. First International Symposium on Special Topics in Chemical Propulsion: Base Bleed. Athens, November 1988.
5. The Modified Point Mass Trajectory Model, STANAG 4355 (Edition 3).

### THE MODELING OF FLIGHT DYNAMIC OF EXTENDED RANGE ARTILLERY PROJECTILES

**Summary.** In the paper was introduced the equations of motion of a spin-stabilized, dynamically stable, extended range artillery projectiles, possessing at least trigonal symmetry. The equations of motion enable simulation the flight of base-burn projectiles in real atmospheric conditions.